Cahiers de recherche
EURISCO

cahier n° 2001-03

Soutenabilité des tarifications non linéaires

par Philippe Bernard & Jérôme Wittwer

EURISCO *LEO*
Université Paris Dauphine *Université d'Orléans*

Juillet 2001

EURISCO, Université Paris Dauphine

email: eurisco@dauphine.fr, site web: <http://www.dauphine.fr/eurisco/>

Soutenabilité des tarifications non linéaires*

Philippe Bernard
Cerpem, Paris IX

Jérôme Wittwer
LEO, Orléans

2ème version: juillet 2001

*correspondance: Université Paris Dauphine, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75 775 Paris cedex 16, tel: 01.44.05.46.65, e-mail: bernard@dauphine.fr

Résumé

Sharkey & Sibley (1993) ont démontré la soutenabilité de *tous* les optima redistributifs *dans un cadre de tarification binôme optionnel*. Les résultats présentés dans ce papier montrent que leurs conclusions ne sont pas toujours valides en tarification non linéaire. Après la présentation d'un exemple numérique illustrant ces résultats négatifs, on démontre leurs robustesses au relâchement de la définition de la soutenabilité utilisée par Sharkey & Sibley.

1 Introduction

Il est désormais bien connu que la tarification des services publics (et parapublics) est un complément utile des outils fiscaux dès lors que les pouvoirs publics sont contraints par l'imperfection de l'information. Certains auteurs ont ainsi montré que la tarification pouvait être utilisée pour relâcher les contraintes d'incitation et donc renforcer l'efficacité redistributive de la fiscalité sur le revenu¹.

Cependant, si le planificateur peut souhaiter utiliser la tarification publique à des fins redistributives, il est aussi amené à ouvrir à la concurrence ces marchés par souci d'efficacité allocative. Cette ouverture ne contraint-elle pas totalement ou partiellement la poursuite de ces objectifs normatifs? L'écrémage pratiqué par la concurrence n'oblige-t-elle pas les pouvoirs publics à abandonner les objectifs redistributifs de la tarification publique discriminante?

Si la littérature sur la soutenabilité est vaste, les travaux s'intéressant à la soutenabilité des tarifications discriminantes sont moins nombreux. Le plus important d'entre eux est sans doute celui de Sharkey & Sibley [SS93]. Leur cadre d'analyse est un cadre d'équilibre partiel où l'unique bien est produit par un monopole naturel à l'aide d'une technique à coût marginal non décroissant et à coût moyen décroissant. Les consommateurs sont dotés de fonctions d'utilité quasi-linéaires vérifiant la condition de croisement unique à la Spence-Mirlees. Par ailleurs, le monopole naturel ainsi que ses concurrents potentiels pratiquent une tarification binôme optionnelle, c'est à dire proposent un menu de contrats spécifiant le prix de l'abonnement et le prix unitaire de consommation. Les auteurs démontrent alors, assez paradoxalement, que tous les optima redistributifs² sont soutenables.

Ils suggèrent également, sans développement, l'extension de ce résultat à la tarification *non-linéaire* :

“Our argument in theorem 6 applies equally well to the outlay-consumption model, and therefore extends the sustainability result in that model to the case of non decreasing marginal costs.”
(Sharkey & Sibley [SS93], p. 222)

L'objectif de ce papier est de réexaminer cette conjecture et plus précisément d'en cerner le domaine de validité. En effet, nous le verrons, les

¹Voir [BM95] ou Edwards-et-alii [EKT94] et Nava-et-alii [NSM96] pour des papiers s'intéressant plus largement aux effets redistributifs de la taxation des biens.

²Les auteurs distinguent la classe des optima redistributifs définie comme la classe des tarifications optimales obtenues en maximisant une fonction d'utilité linéaire dont les poids sont strictement ordonnés au bénéfice des demandes les plus faibles.

résultats de Sharkey & Sibley ne s'étendent pas à la tarification non-linéaire aussi simplement que semblent le suggérer les auteurs. Cette difficulté est la contrepartie de la plus grande capacité redistributive de la tarification non linéaire.

Le plan du papier est le suivant. Après avoir défini le cadre d'analyse, la seconde section analyse le problème de la soutenabilité. Dans la section suivante, une simulation numérique illustre l'exigence des conditions de soutenabilité. Dans la quatrième section, la robustesse des résultats de la deuxième section est étudiée en affaiblissant la notion de soutenabilité grâce à deux notions d'équilibre étudiées dans la littérature sur la concurrence en contrats en économie de l'assurance (Wilson [Wil80] et Kahn & Mookherjee [KM95]). Enfin, en conclusion, nous comparons ces résultats à ceux de Sharkey & Sibley.

2 Le cadre d'analyse

Le cadre est celui de Sharkey & Sibley [SS93]. La population I comprend N agents, $i = 1, \dots, N$ qui diffèrent notamment par leurs préférences.³ Celles-ci sont représentées par des fonctions d'utilités quasi-linéaires:

$$U_i(q, v) = V_i(q) - v, \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

où q est la quantité consommée du bien, v son coût. Pour chaque i , la fonction V_i est strictement concave:

$$V'_i(q) > 0, \quad V''_i(q) < 0 \quad (2)$$

et vérifie, sans perte de généralité :

$$V_i(0) = 0 \quad (3)$$

Les individus sont supposés différer les uns des autres par leurs dispositions marginales à payer. L'utilité marginale est plus précisément supposée décroissante de l'indice:

$$V'_i(q) > V'_{i+1}(q) \quad (4)$$

Cette propriété de monotonie assure la vérification, dans notre cadre quasi-linéaire, de la condition (à la Spence-Mirrless) de croisement unique des courbes d'indifférence.

³On pourrait sans difficulté étendre les résultats de cette étude au cas où les indices représentent des types de consommateur, chaque type pouvant être représenté par un nombre fini quelconque d'agents.

Le bien de consommation est produit à l'aide d'une technique de production résumée par la fonction de coût suivante:

$$C(Q) = F + c.Q, \quad c, F > 0 \quad (5)$$

où Q est la quantité produite, c est le coût marginal (constant), F le coût fixe.⁴ Cette technique est commune au monopole en place et aux entrants potentiels.

L'entreprise en place, le "monopole", pratique une tarification non linéaire et propose donc aux consommateurs un menu de contrats. Par application du principe de révélation, le menu de contrats est de la forme: $(v_i, q_i)_{i=1}^N$, où (v_i, q_i) est le lot proposé à l'agent i , q_i étant sa quantité, v_i son prix - $q_i \geq 0$, $v_i \geq 0$. On peut noter que la tarification non linéaire autorise des *contrats subventionnés* au sens de la définition suivante:

Définition 1 *Le contrat (v_i, q_i) est dit subventionné si son paiement ne couvre pas le supplément de coût entraîné, i.e.:*

$$v_i < c.q_i \quad (6)$$

Cette subvention des contrats n'est possible que dans les limites imposées par le respect des contraintes du monopole. Celui-ci doit en effet à la fois équilibrer sa contrainte budgétaire:

$$\sum_{i=1}^N v_i \geq C \left(\sum_{i=1}^N q_i \right) \quad (7)$$

et offrir des contrats respectant les contraintes de participation:

$$V_i(q_i) - v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (8)$$

et d'incitation:

$$V_i(q_i) - v_i \geq V_i(q_j) - v_j, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (9)$$

Tout menu de contrats $(v_i, q_i)_{i=1}^N$ vérifiant les contraintes (7), (8), (9) est appelé un *menu possible*. Cette définition des menus possibles est généralisé à toute coalition, i.e. à tout sous-ensemble de I :

Définition 2 *Pour toute coalition $C \subset I$, un menu de contrats $(q_i, v_i)_{i \in C}$ est possible pour C si:*

$$\sum_{i \in C} v_i \geq C \left(\sum_{i \in C} q_i \right) \quad (10)$$

$$V_i(q_i) - v_i \geq 0, \quad i \in C \quad (11)$$

$$V_i(q_i) - v_i \geq V_i(q_j) - v_j, \quad i, j \in C \quad (12)$$

⁴Les coûts d'entrée et de sortie du marché sont donc supposés nuls.

Enfin, le monopole en place est contrôlé par les pouvoirs publics. Son objectif, confondu avec celui du planificateur social, est de maximiser une fonction d'utilité collective linéaire:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot U_i(q_i, v_i), \quad 0 \leq \alpha_i < \infty \quad (13)$$

Son programme⁵ s'écrit donc:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{((v_i, q_i))_{i=1}^N} \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot U_i(q_i, v_i) \\ \text{sous les contraintes :} \\ (7), (8), (9) \end{array} \right. \quad (15)$$

Parmi l'ensemble de ces fonctions d'utilité collective, une classe intéressante pour l'analyse normative est celle vérifiant la restriction suivante:

$$\alpha_i < \alpha_{i+1}, \forall i < N \quad (16)$$

Comme le poids d'un agent dans la fonction d'utilité collective est d'autant plus important que sa disposition marginale à payer est faible, le menu optimal de contrats obtenu sous la restriction (16) est qualifié de *redistributif*. Notre objectif est d'analyser la soutenabilité de ces optima et donc de nous interroger sur la compatibilité entre l'objectif normatif du planificateur social et la concurrence potentielle.

3 Soutenabilité et redistribution

Tout entrant dispose d'une technique de production similaire à celle du monopole (relation 5) et propose à l'ensemble des consommateurs un menu de contrats. S'il existe un sous-ensemble non vide J ($\subset I$) d'agents qui acceptent sa proposition et sélectionnent donc un élément du menu, on peut comprendre l'entrée d'une entreprise concurrente comme la constitution d'une coalition d'agents associée à un menu de contrats. Ainsi, on définit les déviations comme une coalition et un menu de contrats possible

⁵Pour assurer qu'il existe une solution intérieure aux différents programmes, on supposera que:

$$\lim_{q \rightarrow \infty} V_1'(q) < c \text{ et } V_N'(0) > c \quad (14)$$

et que le coût fixe est suffisamment faible.

Définition 3 Une déviation $\left(J; (v_j^d, q_j^d)_{j \in J}\right)$ est un sous-ensemble non vide d'agents $J \subset I$ associé à un menu possible de contrats $(v_i^d, q_i^d)_{i \in J}$.

Dans ce cadre, la robustesse aux déviations unilatérales profitables conduit à une définition naturelle de la soutenabilité qui est en fait celle de Sharkey & Sibley.

Définition 4 Une déviation $\left(J; (v_j^d, q_j^d)_{j \in J}\right)$, avec $J \subset I$, constitue un blocage du menu possible $(v_i, q_i)_{i=1}^N$ si elle est à la fois avantageuse pour ses membres:

$$\forall i \in J : V_i(q_i^d) - v_i^d > V_i(q_i) - v_i \quad (17)$$

et non infiltrable:

$$\forall i \in I \setminus J : V_i(q_i) - v_i \geq V_i(q_j^d) - v_j^d, \forall j \in J \quad (18)$$

Définition 5 Un menu possible $(v_i, q_i)_{i=1}^N$ est soutenable au sens de Sharkey & Sibley s'il n'existe pas de blocage de $(v_i, q_i)_{i=1}^N$.

Comme le menu soutenable est un menu robuste aux déviations profitables unilatérales (des coalitions), cette notion de soutenabilité renvoie à l'équilibre de Nash (ou du noyau). En effet, les agents n'appartenant pas à la coalition sont supposés inertes et donc le problème de la viabilité budgétaire de leurs contrats est ignoré. En ce sens, elle est une solution forte comme la littérature sur la concurrence en contrats initiée par Rotschild & Stiglitz l'a amplement montrée. Aussi, nous sommes conduits à nous interroger sur la vacuité de cette solution.

Une propriété essentielle pour discuter de cette question est la structure consécutive de l'ensemble des agents subventionnés: en effet, pour tout menu optimal redistributif $(v_i^*, q_i^*)_{i=1}^N$, si le contrat (v_i^*, q_i^*) est subventionné, alors tous les contrats d'indices supérieurs le sont également: ⁶

$$c.q_i^* > v_i^* \Rightarrow \forall j > i : c.q_j^* > v_j^* \quad (19)$$

Comme le montre la démonstration de la proposition suivante, cette propriété de diffusion du subventionnement permet de mettre en évidence l'existence de blocage aux menus de contrats optimaux:

Proposition 1 Tout menu optimal redistributif $(v_i^*, q_i^*)_{i=1}^N$ dont au moins un contrat est subventionné n'est pas soutenable au sens de Sharkey & Sibley.

⁶Pour la démonstration, voir l'annexe (propriété 4, page 21).

Preuve: Soit $(q_i, v_i)_{i=1}^N$ un tel menu. La propriété 2 (en annexe) nous assure que, pour tout optimum redistributif, les contraintes d'incitation montantes sont serrées:

$$\forall i = 1, \dots, N-1 : V_i(q_i^*) - v_i^* = V_i(q_{i+1}^*) - v_{i+1}^*$$

Par hypothèse, il existe au moins un contrat subventionné mais le respect de la contrainte budgétaire rend impossible que tous les agents le soient. Si s^* est l'indice du dernier contrat participant au financement du coût fixe, la propriété de diffusion des subventions (propriété 4 en annexe) nous assure que:

$$\forall i > s^* : c.q_i^* \geq v_i^*; \forall i \leq s^* : c.q_i^* < v_i^* \quad (20)$$

On propose alors la déviation $\left(J; (v_i^d, q_i^d)_{i \in J}\right)$, la coalition J étant définie par l'ensemble des agents participant au financement du coût fixe:

$$J = \{1, \dots, s^*\} \quad (21)$$

les quantités des anciens contrats étant conservées:

$$\forall i \in J : q_i^d = q_i^* \quad (22)$$

Compte tenu de la relation (20), la contrainte budgétaire de la coalition J est lâche:

$$\sum_{i \in J} v_i > F + c \cdot \sum_{i \in J} q_i^d$$

Par conséquent, il existe $\eta_1 > 0$ tel que toute diminution uniforme η des prix des contrats inférieure à η_1 vérifie toujours cette contrainte budgétaire. On définit alors les prix des nouveaux contrats proposés de la manière suivante:

$$\forall i \in J : v_i^d = v_i - \eta, \quad 0 < \eta < \eta_1 \quad (23)$$

Comme la baisse des prix est uniforme, la quasi-linéarité des fonctions d'utilité assurent que les contraintes d'incitation demeurent vérifiées. Par conséquent, tout menu $(v_i^d, q_i^d)_{i \in J}$ ainsi obtenu est un menu *possible* pour la coalition J . Assurons-nous maintenant que l'on peut proposer une déviation non infiltrable.

Comme le contrat s^* , à la différence du contrat $s^* + 1$, participe au financement du coût fixe, ces deux contrats sont différents:

$$\frac{v_{s^*}^*}{q_{s^*}^*} > c \geq \frac{v_{s^*+1}^*}{q_{s^*+1}^*} \Rightarrow (v_{s^*}^*, q_{s^*}^*) \neq (v_{s^*+1}^*, q_{s^*+1}^*)$$

Le respect des contraintes d'incitation impose alors nécessairement que: ⁷

$$q_{s^*}^* > q_{s^*+1}^*, \quad v_{s^*}^* > v_{s^*+1}^*$$

Pour des contrats différents, la contrainte d'incitation montante de l'agent s^* et la contrainte d'incitation descendante de l'agent $s^* + 1$ ne peuvent être simultanément serrées. Par conséquent:

$$V_{s^*+1}(q_{s^*+1}^*) - v_{s^*+1}^* > V_{s^*+1}(q_{s^*}^*) - v_{s^*}^* \quad (24)$$

Comme les quantités sont ordonnées en raison des contraintes d'incitation:

$$q_1^* \geq q_2^* \geq \dots \geq q_{N-1}^* \geq q_N^*$$

l'inéquation (24) combinée à la propriété de monotonie stricte des dispositions marginales à payer (éq. (4)) assure que nécessairement:

$$\forall i > s^*, \forall j \leq s^* : V_i(q_i^*) - v_i^* > V_i(q_j^*) - v_j^*$$

Par conséquent, toutes choses égales par ailleurs, il existe $\eta_2 > 0$ pour lequel toute réduction de prix η inférieure à η_2 n'attire aucun agent subventionné:

$$\begin{aligned} \exists \eta_2 &> 0 \text{ t.q. } \forall \eta \in]0, \eta_2[: \\ \forall i &> s^*, \forall j \leq s^* : V_i(q_i^*) - v_i^* > V_i(q_j^*) - (v_j^* - \eta) \end{aligned}$$

Par conséquent, si les prix de la déviation vérifient:

$$\forall i \in J : v_i^d = v_i - \eta, \quad 0 < \eta < \inf \{\eta_1, \eta_2\} \quad (25)$$

alors la déviation $\left(J; (v_i^d, q_i^d)_{i \in J}\right)$ vérifiant (21), (22), (25) est un blocage du menu optimal redistributif $(v_i^*, q_i^*)_{i \in I}$. ■

Ce résultat est très largement la conséquence de la structure consécutive des contrats subventionnés. En effet, une contrainte forte limitant les déviations profitables est l'infiltration (rel. (18) de la définition 3). Lorsque la coalition déviante est très éclatée, il est alors nécessaire de vérifier que tout agent entrant dans la coalition de blocage ne va pas y attirer ses "quasi-clones", i.e. les agents dont les dispositions marginales sont très proches des siennes. Les contraintes à vérifier peuvent alors être à la fois nombreuses et très contraignantes. La structure consécutive des agents subventionnés permet de relâcher très largement ce type de contrainte: il suffit en effet de vérifier que le premier agent subventionné ne soit pas attiré.

Pour illustrer l'importance du problème posé par les contrats subventionnés, un exemple numérique est maintenant proposé.

⁷Voir en annexe la propriété 1 (page 19).

4 Exemple numérique

On considère une économie à trois agents $i = 1, 2, 3$ dont les fonctions d'utilité quasi-linéaires sont ordonnées:

$$V_i(q) = \gamma_i(q)^{1-\frac{1}{e}}$$

La fonction de coût du monopole est:

$$C(Q) = c.Q + F$$

Le programme redistributif du planificateur est d'après les résultats précédents:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \alpha_1 S_1(q_1, v_1) + \alpha_2 S_2(q_2, v_2) + \alpha_3 S_3(q_3, v_3) \\ s.c. : \\ UIC_1 : V_1(q_1) - v_1 \geq V_1(q_2) - v_2 \\ DIC_2 : V_2(q_2) - v_2 \geq V_2(q_1) - v_1 \\ UIC_2 : V_2(q_2) - v_2 \geq V_2(q_3) - v_3 \\ DIC_3 : V_3(q_3) - v_3 \geq V_3(q_2) - v_2 \\ c.(q_1 + q_2 + q_3) + F \leq v_1 + v_2 + v_3 \end{array} \right.$$

où :

$$S_i(q_j, v_j) := V_i(q_j) - v_j$$

UIC_i et DIC_i sont les contraintes d'incitation montante et descendante de l'agent i .

Etant assurés, d'après ce qui précède, que les contraintes d'incitation montantes UIC_1 et UIC_2 sont serrées ainsi que la contrainte budgétaire, nous pouvons substituer ces contraintes dans la fonction objectif. Celle-ci s'écrit alors uniquement en fonction des quantités:

$$\begin{aligned} W(q_1, q_2, q_3) &= \gamma_1(q_1)^{1-\frac{1}{e}} + [3(\alpha_2 + \alpha_3) - 1] \gamma_2(q_2)^{1-\frac{1}{e}} + 3\alpha_3\gamma_3(q_3)^{1-\frac{1}{e}} \\ &+ [2 - 3(\alpha_2 + \alpha_3)] \gamma_1(q_2)^{1-\frac{1}{e}} + [1 - 3\alpha_3] \gamma_2(q_3)^{1-\frac{1}{e}} - [F + c(q_1 + q_2 + q_3)] \end{aligned}$$

Si les contraintes descendantes sont lâches, alors l'optimum redistributif est déterminé par les conditions de premier ordre de la maximisation libre de W . Après calcul, les quantités optimales sont les suivantes:

$$\begin{aligned} q_1 &= (\gamma_1)^e \left(\frac{e-1}{ce} \right)^{-e} \\ q_2 &= \left(\frac{e-1}{ce} \right)^e (3(\alpha_2 + \alpha_3)(\gamma_2 - \gamma_1) - \gamma_2 + 2\gamma_1)^e \end{aligned}$$

$$q_3 = \left(\frac{e-1}{ce} \right)^e (3\alpha_3\gamma_3 + [1-3\alpha_3]\gamma_2)^e$$

Ces quantités ne sont pertinentes que dans la mesure où les contraintes d'incitation descendantes sont vérifiées. Lorsque la contrainte UIC_1 est serrée, la contrainte DIC_2 le sera uniquement si $q_1 \geq q_2$. Or, on vérifie que pour les pondérations redistributives, cette condition est toujours vérifiée.⁸ De même, la contrainte DIC_3 sera vérifiée uniquement si $q_2 \geq q_3$. Après calcul, ceci est équivalent à vérifier que :

$$\alpha_3 \leq \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_3 + \gamma_1 - 2\gamma_2} \left[\frac{2}{3} - \alpha_2 \right]$$

Pour les pondérations ne vérifiant pas cette inégalité, le programme du planificateur se réécrit de la manière suivante:

$$\begin{cases} \max W(q_1, q_2, q_3) \\ s.c. : \\ q_3 = q_2 \end{cases}$$

Les conditions de premier ordre sont donc désormais:

$$\frac{\partial}{\partial q_1} W = 0, \quad \frac{\partial}{\partial q_2} W + \frac{\partial}{\partial q_3} W = 0$$

ce qui conduit aux valeurs optimales suivantes pour les contrats 2 et 3:

$$\begin{aligned} q_1 &= (\gamma_1)^e \left(\frac{e-1}{ce} \right)^{-e} \\ q_2 &= q_3 = \left(\frac{e-1}{2ce} \right)^e (2\gamma_1 - 3[\gamma_1 - \gamma_2]\alpha_2 - 3[\gamma_1 - \gamma_3]\alpha_3)^e \end{aligned}$$

Pour les valeurs numériques suivantes:

$$\gamma_1 = 42, \gamma_2 = 28, \gamma_3 = 23, e = 2, c = 1, F = 60$$

les résultats obtenus sur les quantités et les prix en décrivant l'ensemble des valeurs possibles des poids, sous la restriction $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$, sont reproduits

⁸En effet:

$$\begin{aligned} q_1 &\geq q_2 \Leftrightarrow \gamma_1 \geq 3(\alpha_2 + \alpha_3)(\gamma_2 - \gamma_1) - \gamma_2 + 2\gamma_1 \\ -\gamma_2 + \gamma_1 &\leq 3(\alpha_2 + \alpha_3)(\gamma_1 - \gamma_2) \\ 1 &\leq 3(\alpha_2 + \alpha_3) \end{aligned}$$

Cette dernière inégalité est alors vérifiée car, comme $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$, $\alpha_1 < \frac{1}{3}$ et donc $\alpha_2 + \alpha_3 > \frac{2}{3}$.

Figure 1: Quantités et prix des contrats optimaux

sur le graphique 1.⁹ En dépit des contraintes d'incitation et de la présence de contrats mélangeants pour les agents 2 et 3 (graphique 2), la tarification non-linéaire donne manifestement une certaine latitude dans la redistribution du surplus.

Le graphique le plus intéressant pour notre propos est le graphique 2 sur lequel sont représentés les couples (α_2, α_3) pour lesquels certains des contrats optimaux sont subventionnés. Comme les paramètres possibles pour les optima redistributifs vérifient les contraintes suivantes:

$$\alpha_3 < 1 - \alpha_2, \alpha_3 > \alpha_2 \text{ et } \alpha_3 > 1 - 2\alpha_2$$

on peut vérifier que *tous les optima redistributifs de cet exemple numérique comprennent des contrats subventionnés et sont donc non soutenables*. Il semble donc que le problème de la soutenabilité des optima redistributifs ne soit pas nécessairement négligeable.

Néanmoins, comme nous l'avons noté, la notion de soutenabilité est une notion forte. Les solutions plus faibles de la littérature sur la concurrence en contrat (Wilson, Kahn & Mookherjee) peuvent constituer un affaiblissement raisonnable de la notion de soutenabilité à la Sharkey & Sibley.

⁹La quantité q_1 est bien sûr invariante aux poids α_i et égale à 441.

Figure~2: Poids (α_2, α_3) donnant des contrats subventionnés.

5 Robustesse

La notion de soutenabilité à la Sharkey & Sibley est, comme nous l'avons dit, inspirée de la notion d'équilibre de Nash. Comme le montre la littérature des contrats, cet équilibre est très exigeant.

Lorsqu'une déviation bloquante se forme, les agents exclus sont supposés conserver leurs contrats initiaux que ceux-ci demeurent ou non profitables. Il semble pourtant naturel d'exiger que les contrats des types non déviants demeurent, pour le monopole contesté, financièrement viables. Cette exigence qui affaiblit la notion d'équilibre est, dans le cadre de l'assurance, celle proposée par Wilson [Wil77]. *Dans notre cadre*, si l'on reprend une déviation comprenant l'ensemble J des contrats non subventionnés (comme dans la démonstration de la proposition 1), les contrats des sous-coalitions du complémentaire sont nécessairement non viables (car subventionnés):

$$\forall W \subset I \setminus J : \sum_{i \in W} v_i^* < F + c. \sum_{i \in W} q_i^*$$

Aussi, pour simplifier et sans perte de généralité dans notre cadre, on peut adopter la définition suivante de la soutenabilité au sens de Wilson:

Définition 6 *Un menu optimal redistributif $(v_i^*, q_i^*)_{i=1}^N$ est soutenable au sens de Wilson s'il n'existe aucune coalition J et aucun menu possible $(v_i^d, q_i^d)_{i \in I}$ vérifiant:*

(i)

$$\forall i \in J : V_i(q_i^d) - v_i^d > V_i(q_i^*) - v_i^* \quad (26)$$

(ii) tout agent i appartenant au complémentaire $I \setminus J$ sélectionne le meilleur contrat dans le menu offert (aux agents de J), $(v_i^d, q_i^d) \in \arg \max_{l \in J} (V_i(q_l^d) - v_l^d)$, si celui-ci lui donne un surplus positif, soit ne consomme pas.

Le relâchement considérable de la notion d'équilibre ne suffit cependant pas à modifier le résultat d'inexistence de la proposition 1:

Proposition 2 *Tout menu optimal redistributif $(v_i^*, q_i^*)_{i=1}^N$ comprenant des contrats subventionnés n'est pas soutenable au sens de Wilson.*

Preuve: La démonstration est analogue à celle de la proposition 1. Cependant, il est nécessaire pour le menu proposé de s'assurer que la contrainte budgétaire demeure vérifiée en cas de reflux des agents initialement exclus de la coalition. Ceci est obtenu en imposant une contrainte supplémentaire sur le rabais uniforme η . Le surplus S réalisé sur les contrats subventionnés du menu optimal redistributif initial s'écrit:

$$S = \sum_{j \in J} (c \cdot q_j^* - v_j^*) > 0$$

Aussi, le menu obtenu, après mise en place du rabais uniforme η , vérifie la contrainte budgétaire dès lors que η est inférieur à $\eta_3 = S/N$. Aussi, on prendra η tel que:

$$0 < \eta < \inf \{\eta_1, \eta_2, \eta_3\}$$

où η_1 et η_2 sont les variables définies dans la démonstration de la proposition 1.

En reprenant les notations de la démonstration de la proposition 1, les nouveaux contrats étant définis par:

$$\forall i \in J : (v_i^d, q_i^d) = (v_i^* - \eta, q_i^*)$$

$$\forall i \in I \setminus J : \begin{cases} (v_i^d, q_i^d) \in \arg \max_{l \in J} (V_i(q_l^d) - v_l^d) & \text{si} \quad \max_{l \in J} [V_i(q_l^d) - v_l^d] > 0 \\ (v_i^d, q_i^d) = (0, 0) & \text{sinon} \end{cases}$$

il est immédiat de voir que la déviation $(J; (v_i^d, q_i^d)_{i=1}^N)$ constitue un blocage au sens de Wilson. ■

L'affaiblissement de Wilson repose donc sur la prise en compte d'une réaction (limitée) des agents externes à la coalition. Cet affaiblissement cependant ne suffit à rendre soutenable tous les menus optimaux redistributifs. Une autre manière d'affaiblir la notion de soutenabilité est de prendre en

compte les réactions des membres de la coalition: en effet, lorsqu'une déviation se forme, rien ne garantit que pour une partie de la coalition déviante il n'existe pas une déviation ultérieure encore plus avantageuse pour elle. Ainsi, dans le blocage de la proposition 1, il est possible que certains des nouveaux contrats soient subventionnés. Si tel est le cas, en adaptant les arguments de la démonstration de la proposition 1, une sous-déviation réalisée par une partie de la coalition déviante J est alors réalisable. La crédibilité du blocage proposé est donc remise en cause. Il est souhaitable d'amender la notion de soutenabilité en imposant une stabilité interne aux déviations bloquantes.

Dans la théorie de l'assurance, Kahn & Mookherjee [KM95] ont proposé une telle solution. Pour l'appliquer à notre cadre, introduisons la notion de *blocage robuste*:

Définition 7 $\left(J; (v_j^d, q_j^d)_{j \in J}\right)$ est un blocage robuste du menu possible $(v_i, q_i)_{i=1}^N$ si:

- (i) $\left(J; (v_j^d, q_j^d)_{j \in J}\right)$ est un blocage du menu possible $(v_i, q_i)_{i=1}^N$;
- (ii) il n'existe aucun blocage $\left(K; (v_j^{sd}, q_j^{sd})_{j \in K}\right)$ du menu $((v_i^*, q_i^*)_{i \in I \setminus J}, (v_j^d, q_j^d)_{j \in J})$, avec $K \subset J$.

Définition 8 Un menu possible $(v_i, q_i)_{i=1}^N$ est soutenable au sens de Kahn & Mookherjee s'il n'existe aucun blocage robuste $\left(J; (v_j^d, q_j^d)_{j \in J}\right)$.

En dépit du relâchement de la notion d'équilibre, le résultat de non-existence demeure si l'on introduit l'hypothèse suivante:

Hypothèse 1 Pour tout optimum redistributif (q_i^*, v_i^*) , $\forall k \in \{1, \dots, s^*\}$:

$$\sum_{i=1}^k v_i^* \neq C \left(\sum_{i=1}^k q_i^* \right)$$

Le nombre d'agents étant fini, l'ensemble des caractéristiques étant quelconque, cette hypothèse sera "génériquement" vérifiée.¹⁰

Proposition 3 Sous l'hypothèse 1, aucun menu optimal redistributif $(v_i^*, q_i^*)_{i=1}^N$ comprenant des contrats subventionnés n'est soutenable au sens de K-M.

¹⁰ Comme tous les agents $1, \dots, s^*$ contribuent au financement du coût fixe et que le profit $\sum_{i=1}^{s^*} v_i^* - C \left(\sum_{i=1}^{s^*} q_i^* \right) > 0$, il existe au plus un agent j ($< s^*$) pour lequel $\sum_{i=1}^j v_i^* - C \left(\sum_{i=1}^j q_i^* \right) = 0$. On peut conjecturer que toute perturbation des fonctions d'utilité élimine ce cas.

Preuve: La démonstration sélectionne dans un premier temps une *plus petite* coalition bloquante possible et montre dans un deuxième temps, par contradiction, que certaines des déviations construites pour cette coalition sont nécessairement robustes.

(1) En se limitant aux agents appartenant à $\{1, \dots, s^*\}$, on détermine l'ensemble Ψ des coalitions pour lesquelles il existe un menu possible, robuste aux infiltrations, dégageant un profit *strictement* positif et offrant un niveau d'utilité supérieur ou égal au niveau u_i^* atteint à l'optimum; une coalition K appartenant à ce groupe est une coalition pour laquelle la valeur du programme suivant:

$$P_M(K) : \begin{cases} \max_{(q_i, v_i)_{i \in K}} \sum_{i \in K} v_i - C(\sum_i q_i) \\ t.q. : \\ V_i(q_i) - v_i \geq u_i^* \\ V_i(q_i) - v_i \geq V_i(q_j) - v_j, \quad \forall i, j \in K \\ V_i(q_i^*) - v_i^* \geq V_i(q_j) - v_j, \quad \forall i \in I \setminus K, \forall j \in K \end{cases}$$

est *strictement* positive.

Une propriété élémentaire de ce programme est qu'une de ses solutions est définie par les contrats optimaux. En effet, si $(q_i^*, v_i^*)_{i \in K}$ n'était pas une solution du programme $P_M(K)$, alors les solutions $(q_i, v_i)_{i \in K}$ de $P_M(K)$ dégageraient un surplus budgétaire strictement plus élevé que $(q_i^*, v_i^*)_{i \in K}$ tout en assurant aux agents de K une utilité supérieure ou égale à leur niveau optimal u_i^* . Par conséquent, si l'on complète le menu $(q_i^*, v_i^*)_{i \in I \setminus K}$ par $(q_i, v_i)_{i \in K}$, on obtiendrait un menu possible pour l'ensemble des agents qui dégagerait un surplus budgétaire strictement positif. Par une répartition uniforme de ce surplus, on serait donc capable d'augmenter le surplus de tous les agents. Ceci contredirait donc l'optimalité de $(q_i^*, v_i^*)_{i \in I}$.

Pour déterminer les coalitions appartenant à Ψ , il suffit donc de déterminer les coalitions K dont le menu optimal $(q_i^*, v_i^*)_{i \in K}$ dégage un profit strictement positif, i.e.:

$$\sum_{i \in K} v_i^* > C\left(\sum_{i \in K} q_i^*\right)$$

Par définition de s^* , on sait que Ψ est non-vide car, pour la coalition $\{1, \dots, s^*\}$, le menu $(q_i^*, v_i^*)_{i=1, \dots, s^*}$ vérifie cette condition.

(2) Parmi les éléments de Ψ , on s'intéresse aux coalitions comprenant le moins d'agents possible. Si la taille minimale est n la coalition $\{1, \dots, n\}$ est une de ces plus petites coalitions. En effet, lorsque les quantités sont

ordonnées et les contraintes d'incitation montantes sont serrées, alors le prix moyen est nécessairement décroissant:

$$\frac{v_i^*}{q_i^*} \geq \frac{v_{i+1}^*}{q_{i+1}^*}$$

avec une inégalité stricte si les contrats sont distincts; à taille donnée de la coalition, le profit dégagé sera donc d'autant plus élevé que les agents ont une forte demande. Par conséquent, si la taille minimale est n , le profit dégagé par la coalition $\{1, \dots, n\}$ sera supérieur au profit de toute coalition de même taille; on peut donc toujours sélectionner comme plus petite coalition une coalition consécutive comprenant le type 1 que l'on notera C .

(3) Le menu optimal $(q_i^*, v_i^*)_{i \in C}$ associé à la coalition C assure un profit strictement positif:

$$\sum_{i \in C} v_i^* > C \left(\sum_{i \in C} q_i^* \right)$$

Pour les membres de C , on construit alors un menu *possible*, robuste aux infiltrations, assurant à chacun de ses membres une utilité *strictement* supérieure à u_i^* .

(3-i) Si le contrat du dernier agent de C , que l'on note c , est différent du contrat du premier agent du complémentaire:

$$(q_c^*, v_c^*) \neq (q_{c+1}^*, v_{c+1}^*)$$

alors les contraintes d'infiltration sont lâches (voir plus haut):

$$\forall i \in I \setminus C, \forall j \in C : V_i(q_i^*) - v_i^* > V_i(q_j^*) - v_j^*$$

On peut alors construire une déviation par rapport au menu optimal en redistribuant uniformément une partie du profit aux agents de C . Autrement dit, il existe $\bar{\eta} > 0$ tel que pour $\forall \eta \in]0, \bar{\eta}[$ le menu $(q_i^*, v_i^* - \eta)_{i \in C}$ soit possible, robuste à l'infiltration et améliore strictement l'utilité de chaque membre de C . En conséquence, la déviation $D(\eta) := (C; (q_i^*, v_i^* - \eta)_{i \in C})$ constitue un blocage du menu optimal.

(3-ii) Si le contrat de l'agent c est identique à celui de $c + 1$:

$$(q_c^*, v_c^*) = (q_{c+1}^*, v_{c+1}^*)$$

la contrainte d'infiltration est serrée:

$$V_{c+1}(q_{c+1}^*) - v_{c+1}^* = V_{c+1}(q_c^*) - v_c^*$$

Figure 3: L'ajustement des contrats dans le cas où les contrats des agents c et $c+1$ sont identiques

Pour construire un blocage du menu optimal, il est alors nécessaire de modifier les quantités et les prix du menu de la coalition C pour augmenter l'utilité des membres de C tout en empêchant l'infiltration. Pour ce faire on distingue parmi les membres de C ceux dont les contrats sont différents de celui de c (s'ils existent), i.e. le sous-ensemble $\{1, \dots, nc\}$. A ces agents, on propose alors une baisse uniforme η du prix de leurs contrats suffisamment faible pour n'attirer aucun des autres agents. Cette baisse du prix assure que ces agents préfèrent désormais strictement leurs contrats au contrat de l'agent c . Ceci assure que l'ensemble B_η :

$$B_\eta = \left\{ (dq, dv) \in \mathbb{R}_+^2 : u_{nc}^* + \eta \geq V_{nc}(q_c^* + dq) - (v_c^* + dv) \right\}$$

est non vide. Sur la figure 3, B_η correspond à la zone non hachurée située au dessus de $I_{nc} + \eta$, la courbe d'indifférence de l'agent nc après mise en place du rabais uniforme η . Avec la propriété de croisement unique à la Spence-Mirrlees, on constate sur le graphique qu'il existe dans B_η une zone comprise entre I_c et I_{c+1} dans laquelle augmente l'utilité de l'agent c sans attirer l'agent $c+1$.¹¹ Ainsi, on peut sélectionner l'ajustement correspondant au point d ,¹² c'est-à-dire à l'intersection de I_{c+1} et $I_{nc} + \eta$, qui définit de nouveaux contrats

¹¹ I_c et I_{c+1} sont les courbes d'indifférence des agents c et $c+1$ définis par les contrats optimaux.

¹² Pour η suffisamment petit, l'existence de d est assuré.

$(q_i(\eta), v_i(\eta))$, $i = nc+1, \dots, c$. A cet ajustement correspond un accroissement du surplus de l'agent c , noté $\varepsilon(\eta)$.¹³

Par ailleurs, on peut toujours trouver une valeur $\bar{\eta}$ suffisamment faible telle que, pour tout $\eta \in]0, \bar{\eta}[$, la contrainte budgétaire demeure satisfaite. $\forall \eta \in]0, \bar{\eta}[$, il existe donc un menu $(q_i(\eta), v_i(\eta))_{i \in C}$ possible, non infiltrable, qui augmente l'utilité de tous les agents de la coalition. On note alors $D(\eta) := (C; (q_i(\eta), v_i(\eta))_{i \in C})$ le blocage du menu optimal.

(4) Montrons maintenant par contradiction que l'on peut trouver un $\eta > 0$ telle que $D(\eta)$ soit une déviation bloquante robuste.

Supposons donc que pour tout $\eta \in]0, \bar{\eta}[$ il existe une sous-déviation interne bloquant $D(\eta)$; notons-les $SD(\eta) = (SC(\eta); (q_i^{sd}(\eta), v_i^{sd}(\eta))_{i \in SC(\eta)})$, $SC(\eta) \subset C$. Nécessairement, comme il existe un nombre fini de coalition, une coalition SC apparaît une infinité de fois. On extrait alors la sous-suite correspondante: $SD(\eta_q) = (SC; (q_i^{sd}(\eta_q), v_i^{sd}(\eta_q)))$. Il est possible d'extraire une sous-suite de menus convergente¹⁴:

$$(q_i^{sd}(\eta_{q_n}), v_i^{sd}(\eta_{q_n}))_{i \in SC} \rightarrow (q_i^{sd}, v_i^{sd})_{i \in SC}, \text{ si } \eta_{q_n} \rightarrow 0$$

Par continuité, la sous-déviation $SD = (SC; (q_i^{sd}, v_i^{sd})_{i \in SC})$ vérifie la contrainte budgétaire ainsi que les contraintes d'incitation et d'infiltration (par rapport au menu optimal) et offre un niveau d'utilité supérieur ou égal à u_i^* .

(5) Comme pour la coalition SC , le menu $(q_i^*, v_i^*)_{i \in SC}$ est solution du programme $P_M(K)$, si (q_i^{sd}, v_i^{sd}) dégage un profit positif ou nul, alors le profit obtenu avec $(q_i^*, v_i^*)_{i \in SC}$ est également positif ou nul (en utilisant l'argument utilisé au point (1)). Comme l'économie vérifie l'hypothèse 1, on a donc:

$$\sum_{i \in SC} v_i^* > C \left(\sum_{i \in SC} q_i^* \right)$$

Ceci contredit la minimalité de D . ■

Finalement la concurrence potentielle rend improbable la concrétisation des optima redistributifs comprenant des agents subventionnés puisque les affaiblissements de la notion d'équilibre proposés par Wilson et Khan & Mookherjee ne suffisent pas à rendre soutenables ces optima. On note ici une différence avec la concurrence en contrats en économie de l'assurance:

¹³Evidemment, le surplus des agents $nc+1, \dots, c-1$ s'accroît de plus de $\varepsilon(\eta)$.

¹⁴Car l'ensemble des menus possibles et non infiltrables est un compact.

dans le cadre standard de Rothschild & Stiglitz (Spence [Spe78]), les équilibres à la Wilson sont en effet compatibles avec la subvention de certains agents. Cette différence avec notre cadre d'économie industrielle a notamment pour raison l'existence d'un coût fixe qui rend budgétairement non viable la coalition non déviante. En revanche, cet argument n'est pas pertinent pour l'équilibre à la Khan-Mookherjee qui repose sur la stabilité interne des de la coalition déviante. Et de fait, en économie de l'assurance, par construction (Khan-Mookherjee [KM95]), les déviations stables éliminent également toute subvention.

6 Conclusion

Sharkey & Sibley (1993) ont, rappelons-le, démontré la soutenabilité de *tous* les optima redistributifs dans un cadre de tarification binôme optionnel. Les résultats présentés plus haut démontrent qu'en tarification non linéaire certains optima redistributifs, voire tous, ne sont pas soutenables. Cette divergence ne doit pas surprendre: en effet, en tarification binôme optionnel, les contraintes d'incitation imposent des prix unitaires supérieurs au coût marginal, ce qui interdit naturellement toute subvention. On pourrait d'ailleurs montrer en adaptant les arguments de Sharkey & Sibley (preuve du théorème 5, page 221, de [SS93]) à la tarification non linéaire qu'en l'absence de subvention tout menu optimal redistributif est soutenable au sens de la définition 5. La possibilité ou non d'obtenir des contrats optimaux subventionnés est donc crucial pour l'étude de la soutenabilité des tarifications discriminantes. Comme l'illustre notre exemple numérique, la tarification non linéaire est suffisamment puissante pour autoriser un subventionnement quelque soit le degré de redistribution imposé par le planificateur. La contrepartie de cette efficacité redistributive est une instabilité des tarifications optimales en situation de concurrence potentielle.

Alors que le résultat *séduisant* de Sharkey & Sibley laisse imaginer que les objectifs redistributifs et allocatifs sont compatibles sans régulation, les résultats présentés ici tendent au contraire à remettre la cause la possibilité de concilier ces deux objectifs sans régulation. Plus précisément, il pourrait être utile dans certains cas, pour assurer la soutenabilité des tarifications redistributives, d'imposer des contraintes sur les menus offerts, tant sur les quantités que sur les prix.

7 Annexe: démonstrations

Par souci de simplification, les démonstrations nous adopterons les notations suivantes.

Pour tout menu de contrats $((v_i, q_i))_{i=1}^N$, on note:

- UIC_i la contrainte d'incitation ascendante de l'agent i :

$$V_i(q_i) - v_i \geq V_i(q_{i+1}) - v_{i+1} \quad (27)$$

- DIC_i sa contrainte d'incitation descendante:

$$V_i(q_i) - v_i \geq V_i(q_{i-1}) - v_{i-1} \quad (28)$$

- $IC_{i/j}$ est la contrainte d'incitation de l'agent i assurant que celui-ci n'a pas intérêt à choisir le contrat j :

$$V_i(q_i) - v_i \geq V_i(q_j) - v_j \quad (29)$$

Propriété 1 Soit $((v_i, q_i))_{i=1}^N$ un menu de contrats;

- (i) si $\forall i < n$, les contraintes d'incitation UIC_i et DIC_{i+1} sont vérifiées alors $\forall i < n$, $q_i \geq q_{i+1}$;
- (ii) pour deux types i et j ($i < j$), si les contraintes $IC_{i/j}$ et $IC_{j/i}$ sont simultanément vérifiées, alors nécessairement:

$$q_i \geq q_j$$

- (iii) si les deux contraintes $IC_{i/j}$ et $IC_{j/i}$ sont simultanément vérifiées, mais que l'une de ces contraintes est lâche, alors nécessairement $q_i > q_j$.

Preuve: (i) A tout optimum, les contraintes d'incitations sont vérifiées. Par conséquent, pour tout $(i, i+1)$:

$$\begin{aligned} V_i(q_i) - v_i &\geq V_i(q_{i+1}) - v_{i+1} \\ V_{i+1}(q_i) - v_i &\leq V_{i+1}(q_{i+1}) - v_{i+1} \end{aligned}$$

et donc :

$$V_i(q_i) - V_i(q_{i+1}) \geq v_i - v_{i+1} \geq V_{i+1}(q_i) - V_{i+1}(q_{i+1})$$

d'où :

$$V_i(q_i) - V_i(q_{i+1}) \geq V_{i+1}(q_i) - V_{i+1}(q_{i+1})$$

Lorsque les dispositions marginales sont ordonnées (relation (4)), ceci n'est possible que si:

$$q_i \geq q_{i+1}$$

(ii) Immédiat après (i);

(iii) Les deux contraintes $IC_{i/j}$ et $IC_{j/i}$ sont supposées simultanément vérifiées et l'une lâche. Si $q_i = q_j$ il est immédiat que $v_i = v_j$ ce qui implique que les deux contraintes sont trivialement actives; contradiction. ■

Propriété 2 Si $((v_i, q_i))_{i=1}^N$ est un menu optimal redistributif, alors nécessairement toutes les contraintes d'incitation montantes des types successifs sont serrées.

Preuve: Soit $((v_i, q_i))_{i=1}^N$ un menu optimal redistributif.

(1) Soit quatre agents i, j, k, l :

$$i < j < k < l$$

Démontrons que si:

$$V_j(q_j) - v_j > V_j(q_k) - v_k$$

alors nécessairement :

$$V_i(q_i) - v_i > V_i(q_l) - v_l$$

Le menu étant incitatif, et une des deux contraintes $IC_{j/k}$ et $IC_{k/j}$ étant inactive, alors nécessairement d'après la propriété 1:

$$q_i \geq q_j > q_k \geq q_l$$

Les fonctions d'utilité V étant ordonnées, on a nécessairement:

$$\left. \begin{array}{l} V_k(q_k) - v_k \geq V_k(q_l) - v_l \\ q_k \geq q_l \end{array} \right\} \Rightarrow V_j(q_k) - v_k \geq V_j(q_l) - v_l$$

$$\left. \begin{array}{l} V_j(q_j) - v_j > V_j(q_k) - v_k \\ V_j(q_k) - v_k \geq V_j(q_l) - v_l \end{array} \right\} \Rightarrow V_j(q_j) - v_j > V_j(q_l) - v_l$$

et:

$$\left. \begin{array}{l} V_j(q_j) - v_j > V_j(q_l) - v_l \\ q_j \geq q_l \end{array} \right\} \Rightarrow V_i(q_j) - v_j > V_i(q_l) - v_l$$

d'où le résultat annoncé:

$$\left. \begin{array}{l} V_i(q_j) - v_j > V_i(q_l) - v_l \\ V_i(q_i) - v_i \geq V_i(q_j) - v_j \end{array} \right\} \Rightarrow V_i(q_i) - v_i > V_i(q_l) - v_l$$

(2) S'appuyant sur le résultat du point (1), on démontre que si la propriété n'est pas vérifiée, alors il est possible de construire un menu possible augmentant la valeur de la fonction d'utilité collective. On procède pour cela de manière itérative suivante: partant de l'agent 1, on s'arrête au premier agent j dont la contrainte UIC_j est lâche. On opère alors une augmentation uniforme des prix des contrats 1, ..., j de η , η étant suffisamment faible pour que la contrainte UIC_j demeure lâche. Le surplus budgétaire ainsi réalisé égal à $j \cdot \eta$ est uniformément redistribué. Comme nécessairement:

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n \Rightarrow \eta \frac{j}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_i > j\eta \sum_{i=1}^j \alpha_i$$

la valeur de la fonction d'utilité collective augmente grâce à ce transfert. Contradiction. ■

Proposition 4 *Pour tout menu optimal redistributif $((v_i^*, q_i^*))_{i=1}^N$, si le contrat (v_i^*, q_i^*) est subventionné, alors tous les contrats d'indices supérieurs le sont également:*

$$c \cdot q_i^* > v_i^* \Rightarrow \forall j > i : c \cdot q_j^* > v_j^* \quad (30)$$

Plus généralement, si le contrat (v_i^, q_i^*) ne participe pas au financement du coût fixe, alors tous les contrats d'indices supérieurs ne participent pas non à ce financement:*

$$c \cdot q_i^* \geq v_i^* \Rightarrow \forall j > i : c \cdot q_j^* \geq v_j^* \quad (31)$$

Preuve: (1) Supposons que la proposition ne soit pas vraie. Sans perte de généralité, on peut supposer que¹⁵:

$$c \cdot q_i^* > v_i^*, \quad c \cdot q_{i+1}^* \leq v_{i+1}^*$$

Par conséquent:

$$V_i(q_i^*) - c \cdot q_i^* < V_i(q_i^*) - v_i^* \quad (32)$$

$$V_i(q_{i+1}^*) - c \cdot q_{i+1}^* \geq V_i(q_{i+1}^*) - v_{i+1}^* \quad (33)$$

A l'optimum redistributif, comme les contraintes d'incitation montantes sont actives, nécessairement: ¹⁶

$$c = V_1'(q_1^*) \leq V_i'(q_i^*)$$

¹⁵Puisque, pour tout i , on peut sélectionner le premier agent "supérieur" à i , notons-le j , qui ne vérifie pas cette propriété et le comparer à l'agent $j - 1$ qui la vérifie.

¹⁶Voir par exemple [SS93].

Ainsi, sachant que les quantités sont ordonnées:

$$\begin{aligned}
V_i(q_i^*) - c.q_i^* &= \int_0^{q_i^*} [V_i'(q) - c] dq \\
&= \int_0^{q_{i+1}^*} [V_i'(q) - c] dq + \int_{q_{i+1}^*}^{q_i^*} [V_i'(q) - c] dq \\
&> \int_0^{q_{i+1}^*} [V_i'(q) - c] dq \\
&= V_i(q_{i+1}^*) - c.q_{i+1}^*
\end{aligned}$$

et donc:

$$V_i(q_i^*) - c.q_i^* > V_i(q_{i+1}^*) - c.q_{i+1}^* \quad (34)$$

Les relations (32), (33) et (34) implique donc:

$$V_i(q_i^*) - v_i^* > V_i(q_{i+1}^*) - v_{i+1}^*$$

Evidemment ceci contredit l'hypothèse de départ selon laquelle les contraintes d'incitation montantes sont serrées. Contradiction.

(2) La démonstration pour les contrats ne participant pas à la couverture du coût repose sur les mêmes raisonnements. ■

Références

- [BM95] R. Boadway and M. Marchand, (1995). The use of public expenditures for redistributive purposes. *Oxford Economic Papers*, 47: 45–59, 1995.
- [EKT94] J. Edwards, M. Keen, and M. Tuomala, (1994). Income tax, commodity taxes and public good provision: A brief guide. *Finanzarchiv*, 51: 472–97, 1994.
- [KM95] C. Kahn and C. Mookherjee, (1995). Coalition-proof equilibrium in an adverse selection insurance economy. *Journal of Economic Theory*, 66: 113–38, 1995.
- [NSM96] M. Nava, F. Schroyen, and M. Marchand, (1996). Optimal fiscal and public expenditure policy in a two-class economy. *Journal of Public Economics*, 61: 119–37, 1996.
- [Spe78] M. Spence, (1978). Product differentiation and performance in insurance markets. *Journal of Public Economics*, 10: 427–47, 1978.

- [SS93] W. Sharkey and D. Sibley, (1993). Optimal non-linear pricing with regulatory preference over customer type. *Journal of Public Economics*, 50: 197–229, 1993.
- [Wil77] C. Wilson, (1977). A model of insurance markets with incomplete information. *Journal of Economic Theory*, 16: 167–207, 1977.
- [Wil80] C. Wilson, (1980). The nature of equilibrium in markets with adverse selection. *Bell Journal of Economics*, 11: 108–30, 1980.