LES MODÈLES D'ÉVALUATION DES ACTIFS FINANCIERS ET LES CO-MOMENTS D'ORDRES TROIS ET QUATRE

SOUAD LAJILI

RÉSUMÉ. L'étude du modèle à trois facteurs en présence des co-moments d'ordres trois et quatre dans le cadre du marché français fait l'objet de cet article. Le pouvoir explicatif des portefeuilles de marché, HML et SMB est testé en présence des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis*. A l'exception de quelques coefficients des portefeuilles de *co-kurtosis* et de *co-skewness* significativement différents de zéro, aucun pouvoir explicatif supplémentaire n'est enregistré. Par ailleurs, le co-moment d'ordre trois (quatre) peut être associé à la classe des grandes (petites) capitalisations. Les investisseurs orientés vers les titres des grandes (petites) entreprises sont plus sensibles à l'asymétrie (l'aplatissement) de la distribution des rentabilités.

Abstract : In this study, we test the size and the book to market effects in explaining stock returns with co-skewness and co-kurtosis on the French Stock Market over July 1976 to June 2001 period. Results of time series regressions of monthly portfolio returns are consistent with the Fama and French (1993) conclusions and inconsistent with the Harvey and Siddique (1999) proposition. Moreover, we obtain an interesting result about the relation between the size classification and the two co-moments of skewness and kurtosis. Co-skewness seems to be more significant in explaining stock returns of big capitalizations and co-kurtosis is more related to small capitalizations in the French case. However, co-skewness and co-kurtosis don't subsume the SMB and HML factors.

INTRODUCTION

Le débat sur les limites du modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) (Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) et Black (1972)) est repris dans cet article. L'hypothèse de départ stipule que l'échec relatif du MEDAF, dans l'explication des observations empiriques des rentabilités supérieures des petites capitalisations et des entreprises à ratio valeur comptable sur valeur de marché élevé, est dû à sa formulation se limitant aux deux premiers moments, l'espérance et la variance. Selon cette hypothèse, les effets taille et ratio valeur comptable sur valeur de marché sont vidés de leurs sens. L'ajout des co-moments d'ordres supérieurs permettrait d'expliquer la totalité des rentabilités.

Le test de cette hypothèse, proposé dans cet article, consiste en une comparaison du modèle à trois facteurs de Fama et French (1993) à un modèle qui intègre les deux

Souad LAJILI, CEREG (CNRS-UMR 7088), Université de Paris Dauphine Place du Maréchal de Lattre De Tassigny 75775 Paris Cedex 16 France, Tél : (0033) 1 44 05 42 27, Fax : (0033) 1 44 05 40 23, Email : souad.ajili@dauphine.fr.

Mes remerciements s'adressent aux professeurs Florin AFTALION et Jacques HAMON pour les observations qu'ils ont formulées sur ce travail.

co-moments d'ordres trois (*co-skewness*) et quatre (*co-kurtosis*). La méthodologie retenue, pour la construction des portefeuilles qui représentent ces deux co-moments, est semblable à celle utilisée par Fama et French pour la construction des portefeuilles HML et SMB. Il est à préciser qu'il n'existe pas de méthodologie *"standard"* à ce sujet. Les études faites jusqu'à présent offrent des possibilités de recherche plutôt que des modèles finis.

En faisant le choix de construire les portefeuilles représentant les deux co-moments d'ordres trois et quatre d'une façon semblable à la construction des portefeuilles HML et SMB, la critique concernant les divergences des résultats imputables aux méthodologies utilisées est écartée. Neutraliser l'effet du choix méthodologique sur les résultats en offrant une base homogène pour la comparaison de ces derniers constitue l'objectif recherché.

L'article est organisé en quatre sections. Le débat théorique sur la question de l'ajout des co-moments supérieurs à deux est exposé d'une manière succincte dans un premier temps. Ensuite, le modèle à trois facteurs et la méthodologie utilisée sont développés successivement. Les résultats sont commentés au niveau de la quatrième section. Enfin, cet article est clôturé par une discussion sur les développements futurs à ce sujet.

1. Le MEDAF et les co-moments d'ordres supérieurs à deux

Selon la littérature financière, les investisseurs considèrent l'espérance (ou le moment d'ordre un) comme une "chose désirée" et la variance (ou le moment d'ordre deux) comme une "chose non désirée". Ce sont les termes utilisés par Markowitz (1952).

Analytiquement, ces affirmations se traduisent par une dérivée positive de la fonction d'utilité selon l'espérance ($\delta U/\delta E > 0$) et une dérivée négative de cette fonction selon la variance ($\delta U/\delta V < 0$). A partir de ces deux dimensions, l'espérance et la variance, Markowitz délimite le repère de choix de portefeuille. Selon l'auteur, ce repère est suffisant pour la définition du comportement d'investissement.

L'intégration du moment d'ordre trois (la *skewness*) permet de tenir compte des comportements de spéculation. En effet, avec une fonction d'utilité qui intègre les trois premiers moments, des paris peuvent être acceptés par l'investisseur. Cette notion de pari ou encore de jeu (lotteries, tiercé) anime encore les débats sur la rationalité des comportements des individus (Cheung (2001)).

L'idée d'intégrer les moments d'ordres supérieurs à deux au MEDAF n'est pas une idée récente. Kraus and Litzenberger (1976) développent un modèle qui considère le moment d'ordre trois dans le MEDAF. Du fait qu'il n'existe pas d'arguments économiques et financiers pour l'explication de l'attitude des investisseurs par rapport aux moments supérieurs à trois, les deux auteurs choisissent de limiter leur développement à la *skewness*. Ils remarquent que la fonction d'utilité, exprimant le comportement des investisseurs, traduit une aversion pour la variance et une préférence pour la *skewness* positive. Selon les auteurs, le test d'une théorie positive d'évaluation ne consiste pas dans le réalisme de ses hypothèses mais plutôt dans l'exactitude de ses prédictions. Leur modèle réussit ce test puisque les résultats corroborent les prédictions de ce premier.

Depuis le développement théorique de Kraus et Litzenberger (1976), plusieurs formulations, cherchant à intégrer la *skewness* dans l'évaluation des actifs financiers, ont été proposées. Plus récemment, Harvey and Siddique (2000) présentent et testent un modèle d'évaluation qui incorpore la *skewness*. Néanmoins, les recherches empiriques à ce sujet se multiplient (Barone-Adesi et al. (2000) et Barone-Adesi and Urga (2002)).

Le développement théorique de l'ensemble de ces modèles d'évaluation repose sur un ensemble d'hypothèses simplificatrices. L'économie est réduite à un seul agent représentatif. Afin d'acquérir un actif risqué pour une période, la condition de premier ordre de l'investisseur est :

$$E[(1 + R_{i,t+1})m_{t+1}/\Omega_t] = 1 \tag{1.1}$$

avec :

$(1 + R_{i,t+1})$ est la rentabilité de l'actif i,

m_{t+1} est le taux marginal de substitution de l'investisseur entre la période t et $t+1$ (*marginal rate of substitution*). m_{t+1} est aussi le facteur d'actualisation stochastique (*stochastic discount rate*) des *payoffs* de tous les actifs risqués[1],

Ω_t est l'ensemble d'informations disponibles à l'investisseur en t.

La relation 1.1 est une relation fondamentale dans la théorie d'évaluation des actifs financiers. Les différents modèles d'évaluation peuvent être différenciés sur la base de la définition de m_{t+1}. Sous la forme classique du MEDAF, m_{t+1}[2] est défini comme suit :

$$m_{t+1} = a_t + b_t R_{M,t+1} \tag{1.2}$$

Cette définition considère la forme linéaire du modèle. Une forme simple de non linéarité[3]peut être définie comme suit :

$$m_{t+1} = a_t + b_t R_{M,t+1} + c_t R^2_{M,t+1} \tag{1.3}$$

---

[1] m_{t+1} est également appelé *pricing kernel*, *change of measure* ou encore *state price density*.

[2] Cette expression correspond à un développement de Taylor de m_{t+1}, défini comme étant le taux marginal de substitution de l'investisseur entre t et $t + 1$:

$$m_{t+1} = 1 + \frac{W_t U''(W_t)}{U'(W_t)} R_{M,t+1} + \epsilon(W_t)$$

.

[3] Cette expression correspond à un développement de Taylor de m_{t+1}, défini comme étant le taux marginal de substitution de l'investisseur entre t et $t + 1$:

$$m_{t+1} = 1 + \frac{W_t U''(W_t)}{U'(W_t)} R_{M,t+1} + \frac{W_t^2 U'''(W_t)}{2U'(W_t)} R^2_{M,t+1} \epsilon(W_t)$$

.

Toujours dans le cadre de l'extension du MEDAF aux deux moments d'ordres trois et quatre, Dittmar (2002) présente une forme non linéaire des modèles d'évaluation. Jurczenko and Maillet (2002) exposent un travail de synthèse au sujet des modèles d'évaluation intégrant les quatre premiers moments.

2. Le modèle à trois facteurs

L'idée de base de Fama and French (1993) est la suivante : les effets, taille et ratio valeur comptable sur valeur de marché, sont considérés comme des facteurs ou des *proxies* de facteurs de risque à rémunérer. Les deux auteurs développent un modèle, appelé le modèle à trois facteurs. Ils expliquent la rentabilité des actions par trois variables relatives au ratio valeur comptable sur valeur de marché, à la taille et au marché.

La version inconditionnelle du modèle est résumée dans l'équation (2.1).

$$E(R_i) - R_f = \beta_i[E(R_M) - R_f] + s_i E(SMB) + h_i E(HML) \tag{2.1}$$

avec $E(R_i)$: l'espérance de rentabilité de l'actif i ; R_f : la rentabilité de l'actif sans risque ; $E(R_M)$: l'espérance de rentabilité du portefeuille de marché ; $E(SMB)$: l'espérance de rentabilité du portefeuille SMB (*Small Minus Big*). En effet, ce portefeuille exprime la différence de rentabilités entre les portefeuilles de petites et de grandes capitalisations ; $E(HML)$: l'espérance de rentabilité du portefeuille HML (*High book to market Minus Low book to market*). En effet, ce portefeuille exprime la différence de rentabilités des portefeuilles, à ratio valeur comptable sur valeur de marché élevé et faible ; et β_i, s_i, h_i : les coefficients des trois primes de risque considérées.

Lors de l'interprétation économique et financière de leurs résultats, Fama and French (1995) analysent la relation entre la taille et le ratio valeur comptable sur valeur de marché d'une part et les revenus (*earnings*) d'autre part. Par ailleurs, le choix des deux portefeuilles, HML et SMB, permet d'intégrer dans un modèle deux observations empiriques mises en évidence dans les études antérieures.

En effet, les deux auteurs avancent que le ratio valeur comptable sur valeur de marché et les coefficients de HML peuvent être considérés comme des indicateurs de la détresse financière. En effet, les entreprises ayant des situations financières fragiles avec des revenus faibles présentent un ratio valeur comptable sur valeur de marché élevé (*value stocks*) et un coefficient positif pour HML. Dans une position diamétralement opposée, les entreprises solides avec des revenus élevés se caractérisent par un faible ratio valeur comptable sur valeur de marché (*glamour stocks*) et des coefficients négatifs pour HML. Selon les deux auteurs, l'utilisation du portefeuille HML permet de capturer la covariation entre les rentabilités et la relative détresse financière mise en évidence par Chan and Chen (1991).

De la même manière, les deux auteurs analysent la relation entre la taille et les revenus des entreprises. Pour une même classe de ratio valeur comptable sur valeur de marché, les petites entreprises ont tendance à être moins profitables que les grandes entreprises à partir des années quatre vingt. Le facteur taille exprimé dans les revenus permet d'expliquer celui des rentabilités. Le portefeuille SMB exprime la covariation des rentabilités des petites entreprises non capturée par la rentabilité du marché, mise en exergue par Huberman and Kandel (1987).

La finance comportementale a tenté d'apporter des explications aux anomalies boursières rejetant ainsi la proposition de Fama et French (De Bondt and Thaler (1985), Conrad and Kaul (1993), Barberis et al. (1998)). A titre d'exemple, le modèle comportemental de Daniel et al. (1998) est fondé sur la confiance excessive (*overconfidence*) des individus et la dissonance cognitive (*self-attribution*). Lakonishok et al. (1994) utilisent plutôt la méthodologie des stratégies d'investissement en portefeuille pour expliquer les anomalies boursières. Lakonishok et al. (1994) et MacKinlay (1995), parmi d'autres, soutiennent la thèse de l'irrationalité de la prime de détresse financière.

Face au développement des modèles d'évaluation des actifs financiers sous les deux formes conditionnelle et inconditionnelle, les études empiriques se sont multipliées. Hansen and Jagannathan (1997) proposent une technique (la distance HJ) qui consiste à mesurer la distance entre le modèle d'approximation et le *vrai* modèle. Hodrick and Zhang (2000) utilisent cette mesure pour comparer huit modèles d'évaluation des actifs financiers dont le modèle à trois facteurs. Ce dernier modèle échoue à passer le test de l'hypothèse nulle, à savoir la distance HJ est égale à zéro. Jacobs and Wang (2001) mènent ce même type de comparaison des modèles d'évaluation des actifs financiers. Sur la base de la distance HJ, ils affirment la supériorité d'un modèle fondé sur la consommation par rapport au modèle de marché et au modèle à trois facteurs. Vassalou (2003) utilise cette technique, parmi d'autres critères, pour comparer le modèle à trois facteurs à un modèle avec un portefeuille intégrant des informations sur la croissance future du Produit Intérieur Brut. L'auteur conclut que son modèle explique les rentabilités aussi bien que le modèle de Fama et French.

La littérature financière sur les formes conditionnelles est riche d'enseignements. Toutefois, elle conditionne la supériorité de la forme conditionnelle sur la forme statique du modèle par une bonne spécification de la dynamique du bêta (β) (Turtle et al. (1994), Jagannathan and Wang (1996), Ghysels (1998)). Wang (2003) contourne cette limite en présentant un test non-paramétrique des modèles d'évaluation des actifs financiers. Sous cette version non-paramétrique, le modèle à trois facteurs présente de meilleurs résultats que le MEDAF et le modèle de Jagannathan et Wang (1996).

D'autres explications ne remettant pas nécessairement en cause le MEDAF peuvent se substituer à la prime de détresse financière. En effet, certains chercheurs évoquent les hypothèses simplificatrices du MEDAF concernant la rationalité des investisseurs ou encore les marchés financiers parfaits. Leurs explications couvrent les méthodologies utilisées dans les études empiriques, les frictions des marchés tels que les coûts de transaction, la liquidité, etc. (Kothari et al. (1995), Kim (1997), Barbee et al. (1996), Lo and MacKinlay (1990), Black (1993b), Black (1993a), parmi d'autres).

3. La méthodologie

La composition de l'échantillon est basée sur les titres présents sur le marché français[4]. Les données utilisées sont extraites de la base de données Datastream[5].

Seuls les titres pour lesquels les données de marché (cours mensuel et capitalisation boursière) et les données comptables (le ratio valeur comptable sur valeur de marché) sont disponibles ont été retenus. L'échantillon total est composé de 636 titres. L'historique des cours s'étend de juillet 1976 à juin 2001, soit 300 mois.

Compte tenu des critères de sélection qui dépendent fortement de la disponibilité des données (surtout du ratio valeur comptable sur valeur de marché), l'échantillon n'est pas cylindrique. En d'autres termes, le nombre de titres considérés varie chaque année. Son évolution est plutôt croissante. Elle exprime, bien évidemment, la croissance du marché mais aussi une plus grande disponibilité des informations. De plus, dans le cas où un titre ne dispose pas de classement valeur comptable sur valeur de marché et/ou de taille pour une année, il est éliminé de l'échantillon pour cette année de classement. Ce traitement peut engendrer des ruptures de série pour un même titre.

Deux classements indépendants des titres sont faits pour la constitution des portefeuilles considérés comme variables dépendantes : un classement de ratio valeur comptable sur valeur de marché et un classement de taille. En effet, le ratio valeur comptable sur valeur de marché du mois de décembre de l'année $(t-1)$ est considéré pour la formation des portefeuilles pour la période s'étalant de juillet (t) au mois de juin $(t+1)$. Ce ratio est calculé comme étant l'inverse de la variable *Market Value To Book* qui figure dans la base de données Datastream. La capitalisation boursière du mois de juin de l'année (t) est retenue pour la formation des portefeuilles pour la période s'étalant de juillet (t) au mois de juin $(t+1)$.

La méthodologie retenue pour la construction des portefeuilles représentant la *co-skewness* et la *co-kurtosis* est exposée au niveau de la présente section. Des données supplémentaires concernant la période couverte et le nombre de titres sont également présentées.

3.1. La construction des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis*.

Pour la construction des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis*, l'approche adoptée est semblable à celle de Harvey and Siddique (2000). Des données ex-ante sont utilisées. La *co-skewness* (*co-kurtosis*) entre les rentabilités mensuelles, en excès du taux sans risque, de chaque titre et celles du portefeuille de marché est calculée sur une période de trois ans. L'expression de la *co-skewness* est présentée dans l'équation (3.1). Celle de la *co-kurtosis* est dans la formule (3.2).

$$\varepsilon_{i,M} = \frac{E((R_i - E(R_i)) \times (R_M - E(R_M))^2)}{\sigma_i \sigma_M^2} \tag{3.1}$$

[4]Sur le mode de fonctionnement du marché français, voir Jacquillat and Solnik (1990), Hamon (1995) et Hamon and Jacquillat (2002).

[5]Datastream International TM.

$$\kappa_{i,M} = \frac{E((R_i - E(R_i))^2 \times (R_M - E(R_M))^2)}{\sigma_i^2 \sigma_M^2} \tag{3.2}$$

avec :

R_i : la rentabilité mensuelle en excès du titre i,

R_M : la rentabilité mensuelle en excès du portefeuille de marché, définie comme la moyenne, pondérée par la capitalisation boursière, des rentabilités de tous les titres de l'échantillon,

$E()$: la fonction espérance,

σ : l'écart-type.

Cette valeur, calculée sur la période des mois de -42 à -7 (trois ans) va servir pour le classement du titre sur la période de juillet t à juin $t+1$. D'une manière plus explicite, la *co-skewness* de janvier 1977 à décembre 1979 d'un titre permet de classer ce dernier de juillet 1980 à juin 1981 ; celle de janvier 1978 à décembre 1980 pour la période de juillet 1981 à juin 1982 et ainsi de suite. La dernière estimation est faite sur la période de janvier 1997 à décembre 1999 pour le classement du titre sur l'année de juillet 2000 à juin 2001.

Pour avoir une valeur de *co-skewness* (*co-kurtosis*), un titre doit alors présenter au moins cinq ans successifs de classement de taille et de ratio valeur comptable sur valeur de marché ou encore une série de 60 rentabilités mensuelles, en excès, successives. Les titres qui vérifient cette condition et qui sont utilisés dans la construction des portefeuilles de *co-skewness* (*co-kurtosis*) sont au nombre de 410.

Trois classes de *co-skewness* (*co-kurtosis*) sont définies. Chaque année, les titres sont classés selon un ordre décroissant des valeurs de *co-skewness*. Les deux points de rupture 30% et 70% sont choisis pour la définition des classes de *co-skewness*. 30% des titres forment le groupe de *co-skewness* positive (CSP), 40% des titres sont attribués au portefeuille à *co-skewness* moyenne et 30% des titres sont groupés dans la classe de *co-skewness* négative (CSN). La rentabilité mensuelle de chaque portefeuille de *co-skewness* (*co-kurtosis*) est définie comme étant la moyenne, pondérée par la capitalisation boursière, des rentabilités mensuelles de tous les titres qui le forment.

Quant au classement des titres selon les valeurs ex-ante de *co-kurtosis*, les mêmes points de rupture, à savoir 30% et 70%, sont retenus. Comme dans le cas de la *co-skewness*, les deux portefeuilles à *co-kurtosis* faible (CKF) et élevé (CKE) sont utilisés par la suite comme variables explicatives.

3.2. **Les variables.** L'équation (3.3) présente la forme générale de la régression en séries temporelles. En effet, selon la méthodologie adoptée, la forme linéaire de l'équation est conservée. Les co-moments d'ordres trois et quatre sont intégrés grâce aux portefeuilles qui les représentent.

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + s_i SMB + h_i HML +$$

$$\kappa_i^- CKF + \kappa_i^+ CKE + \varepsilon_i^- CSN + \varepsilon_i^+ CSP + \epsilon_i \tag{3.3}$$

Étant donnée l'utilisation des données ex-ante pour la construction des portefeuilles de *co-skewness* et *co-kurtosis*, la période d'estimation de cette équation est de 21 ans. Elle s'étale de juillet 1980 à juin 2001.

Les variables dépendantes des régressions sont les rentabilités mensuelles des seize portefeuilles de taille et de ratio valeur comptable sur valeur de marché. Il convient de rappeler que ces portefeuilles sont construits à partir de l'échantillon total de 636 titres.

Quant aux variables explicatives, les portefeuilles des trois facteurs du modèle de Fama et French, à savoir le portefeuille de marché, HML et SMB, définis auparavant, sont utilisés. Par ailleurs, les rentabilités, en excès du taux sans risque, de quatre autres portefeuilles, sont également considérées : le portefeuille regroupant les titres à *co-skewness* positive (CSP), celui des titres à *co-skewness* négative (CSN), un troisième portefeuille pour les titres de *co-kurtosis* élevée (CKE) et enfin un portefeuille de titres à *co-kurtosis* faible (CKF).

Tab. 1. **Quelques statistiques des rentabilités mensuelles en excès des variables explicatives : juillet 1980/juin 2001**

Le portefeuille de marché (*Mktpond.*) est défini comme étant une moyenne pondérée par la capitalisation boursière des rentabilités de l'ensemble des titres de l'échantillon. Les sept portefeuilles sont détaillés au niveau de ce article. Le présent tableau regroupe les rentabilités mensuelles moyennes en excès, leurs écart-types, les t-statistiques des moyennes (test d'égalité à zéro) ainsi que les corrélations entre les différents portefeuilles.

	Rentabilités mensuelles en excès (en %)						
	Mktpond.	HML	SMB	CKF	CKE	CSN	CSP
Moyenne	1.11	0.45	0.88	1.37	1.10	1.07	0.93
Écart-type	6.03	6.01	4.70	5.68	6.23	5.94	6.72
t-statistique	2.937	1.189	2.974	3.828	2.815	2.863	2.210
	Corrélations						
	Mktpond.	HML	SMB	CKF	CKE	CSN	CSP
Mktpond.	1.000						
HML	0.049	1.000					
SMB	-0.128	0.177	1.000				
CKF	0.893	0.186	-0.030	1.000			
CKE	0.939	0.084	-0.144	0.820	1.000		
CSN	0.908	0.076	-0.179	0.845	0.878	1.000	
CSP	0.910	0.148	-0.148	0.823	0.868	0.793	1.000

Au niveau du tableau 1, quelques statistiques descriptives des rentabilités mensuelles en excès des sept portefeuilles, considérés comme variables explicatives dans l'équation (3.3), sont groupées. A l'exception de la prime de ratio valeur comptable sur valeur de marché, toutes les autres primes sont significativement différentes de zéro sur la période de juillet 1980 à juin 2001.

L'observation à retenir de ce tableau porte sur la forte corrélation positive entre le portefeuille de marché et les quatre portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis*.

Quant au portefeuille SMB, il présente une corrélation, faible et négative, avec l'ensemble des autres portefeuilles. De même, cette faible corrélation caractérise le portefeuille HML avec les autres portefeuilles. Toutefois, elle est positive.

Au niveau du tableau 2, les résultats des régressions en séries temporelles des rentabilités mensuelles des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* sur celles du portefeuille de marché sont groupés. Deux observations principales ressortent de ce tableau. D'une part, les coefficients de détermination ajustés sont élevés. D'autre part, les coefficients b_i sont significativement différents de zéro. La variation temporelle du portefeuille de marché explique celle des quatre portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis*.

TAB. 2. **Régressions des rentabilités des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* sur celles du portefeuille de marché : juillet 1980/juin 2001**

Ce tableau regroupe les coefficients, leurs t-statistiques (entre parenthèses) et les coefficients de détermination ajustés des régressions en séries temporelles des rentabilités mensuelles des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* sur celles du portefeuille de marché. CKF, CKE, CSN et CSP représentent respectivement les portefeuilles à *co-kurtosis* faible, à *co-kurtosis* élevé, à *co-skewness* négative et à *co-skewness* positive.

$$R_i - R_f = \alpha_i + b_i Mktpond + \epsilon_i.$$

	α	b	R^2 ajusté
CKF	0.004	0.841	0.796
	(2.629)	*(31.385)*	
CKE	0.000	0.970	0.882
	(0.157)	*(43.508)*	
CSN	0.000	0.895	0.824
	(0.458)	*(34.351)*	
CSP	-0.001	1.015	0.828
	(-1.099)	*(34.807)*	

A partir des résultats du tableau 2, quatre autres portefeuilles, $CKF^{\perp}$, $CKE^{\perp}$, $CSN^{\perp}$ et $CSP^{\perp}$, sont définis. Ces portefeuilles représentent la partie orthogonale des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* au portefeuille de marché.

D'une manière plus explicite, la rentabilité mensuelle du portefeuille $CKF^{\perp}$ est calculée comme étant la somme de l'ordonnée à l'origine estimée et du résidu mensuel de la régression $CKF = \alpha_i + b_i Mktpond + \epsilon_i$ ou encore :

$$CKF^{\perp} = CKF - \hat{b}_i Mktpond.$$

La même méthodologie est utilisée pour les trois autres portefeuilles $CKE^{\perp}$, $CSN^{\perp}$ et $CSP^{\perp}$. En effet, la rentabilité mensuelle du portefeuille $CKE^{\perp}$ est calculée comme étant la somme de l'ordonnée à l'origine estimée et du résidu mensuel de la régression $CKE = \alpha_i + b_i Mktpond + \epsilon_i$ ou encore :

$$CKE^{\perp} = CKE - \hat{b}_i Mktpond.$$

La rentabilité mensuelle du portefeuille $CSN^{\perp}$ est calculée comme étant la somme de l'ordonnée à l'origine estimée et du résidu mensuel de la régression $CSN = \alpha_i + b_i Mktpond + \epsilon_i$ ou encore :

$$CSN^{\perp} = CSN - \hat{b}_i Mktpond.$$

Enfin, la rentabilité mensuelle du portefeuille $CSP^{\perp}$ est calculée comme étant la somme de l'ordonnée à l'origine estimée et du résidu mensuel de la régression $CSP = \alpha_i + b_i Mktpond + \epsilon_i$ ou encore :

$$CSP^{\perp} = CSP - \hat{b}_i Mktpond.$$

4. Les résultats

Deux types de résultats sont présentés. Dans une première partie, seul les deux portefeuilles de *co-skewness*, avec les trois facteurs, sont considérés dans les régressions en séries temporelles des rentabilités mensuelles des seize portefeuilles. La possibilité d'interprétation de la *co-skewness* justifie ce choix. En effet, toute chose étant égale par ailleurs, un investisseur préfère un portefeuille plus asymétrique à droite (*right-skewed*) par rapport à un portefeuille asymétrique à gauche (*left-skewed*). Selon ce principe, un actif qui fait diminuer la *skewness* du portefeuille en le transformant en un portefeuille plus asymétrique à gauche, est moins *désiré* par l'investisseur. Une rentabilité espérée plus élevée sera attribuée à ce type d'actif.

Dans une deuxième partie, les portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* sont ajoutés. L'objectif dans ce cas est de présenter une investigation empirique bien que l'interprétation économique et financière fait, en partie, défaut.

4.1. Les régressions avec les portefeuilles de *co-skewness*.

Toutes les régressions, en séries temporelles, des rentabilités mensuelles des seize portefeuilles, sur la période de juillet 1980 à juin 2001, sont groupées au niveau du tableau 3. Cinq variables explicatives sont considérées : le portefeuille de marché défini comme étant la moyenne pondérée par la capitalisation boursière de tous les titres de l'échantillon, HML, SMB, $CSN^{\perp}$ et $CSP^{\perp}$. L'analyse des caractéristiques des régressions se résume dans les cinq observations suivantes.

Dans chaque classe de taille, les portefeuilles à faible ratio valeur comptable sur valeur de marché présentent des coefficients HML (h_i) négatifs. Quant aux coefficients des portefeuilles à ratio élevé, ils sont positifs. Sur l'ensemble des seize coefficients h_i, huit sont significativement différents de zéro. La relation entre le ratio valeur comptable sur valeur de marché et les rentabilités est vérifiée.

Dans chaque classe de ratio valeur comptable sur valeur de marché, les coefficients SMB (s_i) des petites capitalisations sont positifs et ceux des grandes entreprises sont négatifs. Douze valeurs de ces coefficients parmi seize sont significativement différentes de zéro. La relation entre la taille et les rentabilités est vérifiée.

Pour toutes les classes de taille et de ratio valeur comptable sur valeur de marché, le β est significativement différent de zéro. Il présente des valeurs proches de un. Le portefeuille de marché, défini dans le présent cas comme étant la moyenne pondérée par la capitalisation boursière de tous les titres de l'échantillon, est la variable explicative la plus significative dans la régression considérée.

L'observation des ordonnées à l'origine permet d'affirmer que les erreurs d'évaluation dans l'équation estimée sont réduites. En effet, seules trois ordonnées à l'origine sont significativement différentes de zéro. Les coefficients de détermination ajustés présentent une valeur moyenne de 69.6% : la variation temporelle des variables explicatives retenues explique, en moyenne, 69.6% de la variation temporelle des rentabilités des portefeuilles considérés.

Enfin, la principale observation, faisant l'objet de cette sous-section, est relative à la contribution marginale des deux portefeuilles de *co-skewness* dans l'explication des rentabilités des portefeuilles considérés. Les résultats du tableau 3 montrent que cette contribution est quasi-inexistante. Aucun des coefficients du portefeuille à *co-skewness* négative n'est significativement différent de zéro. Par ailleurs, les signes de ces coefficients ne présentent pas de relation particulière avec les deux classements considérés pour la construction des seize portefeuilles. Quant aux coefficients du portefeuille à *co-skewness* positive, seuls deux coefficients parmi les seize sont significativement différents de zéro. De même, aucune relation n'est mise en évidence entre le signe de ces coefficients et les deux classements de taille et de ratio valeur comptable sur valeur de marché.

En définitive, en présence des trois facteurs, les portefeuilles de *co-skewness* ne présentent aucun pouvoir explicatif supplémentaire dans l'explication des rentabilités des portefeuilles en séries temporelles. Leur introduction aux régressions n'affecte pas les relations entre la taille et le ratio valeur comptable sur valeur de marché d'une part et les rentabilités d'autre part.

4.2. **Les régressions avec les portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis*.** Le tableau 4 regroupe l'ensemble des résultats des régressions (équation 3.3) en séries temporelles des rentabilités mensuelles en excès des seize portefeuilles. Ces dernières sont régressées sur les rentabilités des trois facteurs et des quatre portefeuilles qui représentent la *co-skewness* et la *co-kurtosis*. Les coefficients, leurs t-statistiques (corrigés de l'hétéroscédasticité des erreurs par la matrice de White), les coefficients de détermination ajustés (R^2) et la statistique de Durbin-Watson (DW) des régressions figurent dans ce tableau.

La relation entre le coefficient h_i et la classe de ratio valeur comptable sur valeur de marché est toujours vérifiée. En effet, dans chaque classe de taille, ce coefficient passe d'une valeur négative pour le groupe de ratio valeur comptable sur valeur de marché faible, à une valeur positive pour le groupe à ratio élevé.

Quant à la relation entre le coefficient s_i et la taille, elle est aussi vérifiée. Dans chaque groupe de ratio valeur comptable sur valeur de marché, le coefficient s_i est positif pour les petites capitalisations. Il est significativement différent de zéro. Ce

Tab. 3. **Le modèle à trois facteurs et la co-skewness : régressions en séries temporelles (juillet 1980/juin 2001)**

Ce tableau présente les coefficients, leurs t-statistiques corrigés de l'hétéroscédasticité des erreurs par la matrice de White (entre parenthèses), les R^2 ajustés et la statistique de Durbin-Watson des régressions en séries temporelles des 16 portefeuilles de taille et de ratio valeur comptable sur valeur de marché. En utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires, les rentabilités mensuelles en excès sont régressées comme suit :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + h_i HML + s_i SMB + \varepsilon_i^- CSN^\perp + \varepsilon_i^+ CSP^\perp + \epsilon_i$$

	Ratio valeur comptable sur valeur de marché							
	Faible	2	3	Élevé	Faible	2	3	Élevé
Taille			α				β	
Petite	-0.002	0.006	0.006	0.012	1.204	1.086	0.784	0.908
	(-0.584)	*(1.748)*	*(1.936)*	*(3.546)*	*(12.734)*	*(11.419)*	*(13.286)*	*(11.014)*
2	0.000	0.000	-0.001	-0.014	0.978	0.805	0.828	1.298
	(0.309)	*(0.185)*	*(-0.664)*	*(-2.400)*	*(19.801)*	*(17.057)*	*(13.567)*	*(8.586)*
3	-0.003	0.000	-0.001	0.006	0.970	0.909	0.839	0.970
	(-1.456)	*(0.152)*	*(-0.658)*	*(2.116)*	*(18.693)*	*(21.301)*	*(12.522)*	*(16.444)*
Grande	-0.002	-0.000	0.001	0.000	1.014	1.052	0.924	0.936
	(-1.961)	*(-0.419)*	*(0.660)*	*(0.009)*	*(41.212)*	*(32.204)*	*(22.996)*	*(15.180)*
			h				s	
Petite	-0.832	-0.593	-0.077	0.098	1.046	1.055	0.635	0.494
	(-5.291)	*(-3.912)*	*(-0.717)*	*(0.478)*	*(6.505)*	*(5.638)*	*(5.364)*	*(2.450)*
2	-0.451	-0.069	0.014	2.004	0.881	0.352	0.458	2.194
	(-10.13)	*(-0.674)*	*(0.111)*	*(4.517)*	*(13.974)*	*(3.207)*	*(3.383)*	*(5.053)*
3	-0.389	-0.188	0.000	0.165	0.603	0.439	0.261	0.148
	(-5.695)	*(-2.931)*	*(0.006)*	*(1.659)*	*(7.352)*	*(5.523)*	*(2.446)*	*(1.438)*
Grande	-0.080	-0.122	0.066	0.475	-0.046	-0.010	-0.059	-0.410
	(-1.572)	*(-3.718)*	*(1.482)*	*(6.792)*	*(-0.863)*	*(-0.254)*	*(-1.093)*	*(-4.551)*
			ε^-				ε^+	
Petite	-0.245	-0.222	0.073	0.219	-0.158	-0.043	-0.069	0.195
	(-1.115)	*(-0.989)*	*(0.491)*	*(1.400)*	*(-0.745)*	*(-0.191)*	*(-0.472)*	*(1.564)*
2	0.067	0.019	0.169	-0.115	0.166	0.125	-0.034	-0.144
	(0.617)	*(0.195)*	*(1.577)*	*(-0.560)*	*(1.324)*	*(1.385)*	*(-0.311)*	*(-0.682)*
3	-0.022	0.085	0.111	0.137	-0.120	-0.088	0.052	-0.113
	(-0.193)	*(0.639)*	*(0.986)*	*(0.987)*	*(-1.143)*	*(-0.879)*	*(0.465)*	*(-0.867)*
Grande	0.020	0.038	0.077	-0.203	-0.063	0.323	-0.378	0.133
	(0.303)	*(0.573)*	*(0.753)*	*(-1.658)*	*(-1.256)*	*(3.404)*	*(-3.911)*	*(0.732)*
		R^2 ajusté				**Durbin Watson**		
Petite	0.588	0.600	0.508	0.503	1.956	1.975	1.798	1.884
2	0.807	0.697	0.613	0.841	1.951	1.986	1.938	1.902
3	0.771	0.726	0.638	0.603	2.019	1.857	1.992	2.043
Grande	0.910	0.876	0.763	0.707	1.965	1.960	2.261	2.171

même coefficient passe à des valeurs négatives pour les portefeuilles de titres des grandes capitalisations.

Un premier résultat peut être avancé à partir de ces observations. L'ajout des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* comme variables explicatives dans la régression des rentabilités n'affecte pas la relation entre le coefficient h_i et la classe de ratio valeur comptable sur valeur de marché ainsi que celle entre le coefficient s_i et la taille.

TAB. 4. **Le modèle à trois facteurs et les co-moments d'ordres trois et quatre : régressions en séries temporelles des 16 portefeuilles (juillet 1980/juin 2001)**

Le tableau suivant présente les coefficients, leurs t-statistiques corrigés de l'hétéroscédasticité des erreurs par la matrice de White (entre parenthèses), les R^2 ajustés et la statistique de Durbin-Watson des régressions en séries temporelles des seize portefeuilles de taille et de ratio valeur comptable sur valeur de marché. En utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires, les rentabilités mensuelles en excès sont régressées comme suit :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + h_i HML + s_i SMB + \kappa_i^- CKF + \kappa_i^+ CKE + \varepsilon_i^- CSN + \varepsilon_i^+ CSP + \epsilon_i$$

	Ratio valeur comptable sur valeur de marché							
	Faible	2	3	Élevé	Faible	2	3	Élevé
Taille		α				β		
Petite	-0.002	0.007	0.007	0.012	1.446	2.114	1.016	0.030
	(-0.599)	*(2.014)*	*(2.019)*	*(3.439)*	*(3.244)*	*(4.207)*	*(3.040)*	*(0.094)*
2	0.000	0.000	-0.003	-0.013	0.604	0.442	0.163	2.072
	(0.147)	*(0.045)*	*(-1.197)*	*(-2.327)*	*(2.713)*	*(1.780)*	*(0.754)*	*(3.692)*
3	-0.003	0.000	-0.002	0.005	1.252	0.826	0.198	0.592
	(-1.368)	*(0.042)*	*(-1.004)*	*(1.778)*	*(4.178)*	*(2.781)*	*(0.989)*	*(2.249)*
Grande	-0.002	-0.000	0.001	0.000	1.080	0.692	1.127	1.151
	(-1.900)	*(-0.542)*	*(0.629)*	*(0.155)*	*(7.635)*	*(4.536)*	*(5.843)*	*(3.790)*
		h				s		
Petite	-0.839	-0.547	-0.052	0.061	1.048	1.052	0.648	0.486
	(-5.521)	*(-3.494)*	*(-0.472)*	*(0.304)*	*(6.119)*	*(5.535)*	*(5.365)*	*(2.499)*
2	-0.465	-0.085	-0.040	2.047	0.875	0.349	0.429	2.206
	(-9.602)	*(-0.849)*	*(-0.323)*	*(4.489)*	*(13.021)*	*(3.288)*	*(3.448)*	*(5.100)*
3	-0.381	-0.198	-0.037	0.118	0.603	0.434	0.252	0.116
	(-6.258)	*(-3.347)*	*(-0.419)*	*(1.241)*	*(7.132)*	*(5.136)*	*(2.631)*	*(1.203)*
Grande	-0.077	-0.130	0.061	0.493	-0.044	-0.021	-0.056	-0.400
	(-1.491)	*(-3.421)*	*(1.372)*	*(6.325)*	*(-0.806)*	*(-0.526)*	*(-1.050)*	*(-4.359)*

Dans les seize régressions exposées au tableau 4, seuls neuf coefficients des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* sur soixante quatre sont significativement différents de zéro. Le coefficient du portefeuille à *co-kurtosis* élevé (faible), κ^+ (κ^-), présente des valeurs, significativement différentes de zéro, dans quatre (trois) cas. Par ailleurs, le coefficient du portefeuille CSN (ε^-) n'est significatif dans aucun cas. Quant au coefficient ε^+, il est significativement différent de zéro dans seulement deux régressions.

Il en ressort que les caractéristiques générales des régressions en séries temporelles sont satisfaisantes. Les ordonnées à l'origine ne sont significativement différentes de zéro que dans quatre cas. Les coefficients de détermination (R^2) ajustés sont compris entre 50.8% et 90.9%. Enfin, les statistiques de Durbin-Watson présentent des valeurs autour de deux. L'hypothèse d'absence d'auto-corrélation ne peut être rejetée.

Tableau 4. (suite)

	Ratio valeur comptable sur valeur de marché							
	Faible	2	3	Élevé	Faible	2	3	Élevé
Taille	κ^-				κ^+			
Petite	0.019	-0.185	-0.179	0.200	0.168	-0.890	-0.153	0.475
	(0.091)	*(-0.943)*	*(-1.078)*	*(1.406)*	*(0.608)*	*(-3.620)*	*(-0.765)*	*(2.781)*
2	0.093	0.082	0.398	-0.250	0.115	0.221	0.397	-0.490
	(0.926)	*(0.816)*	*(3.305)*	*(-0.973)*	*(0.585)*	*(1.819)*	*(2.830)*	*(-1.414)*
3	-0.030	0.073	0.218	0.380	-0.160	0.066	0.467	0.175
	(-0.261)	*(0.623)*	*(2.190)*	*(2.815)*	*(-1.067)*	*(0.460)*	*(3.398)*	*(1.268)*
Grande	-0.022	0.091	0.004	-0.137	-0.006	-0.081	0.144	-0.109
	(-0.372)	*(1.077)*	*(0.050)*	*(-0.884)*	*(-0.086)*	*(-0.635)*	*(1.319)*	*(-0.399)*
	ε^-				ε^+			
Petite	-0.275	-0.046	0.133	0.105	-0.172	0.031	-0.050	0.151
	(-1.327)	*(-0.246)*	*(0.887)*	*(0.740)*	*(-0.775)*	*(0.159)*	*(-0.354)*	*(1.248)*
2	0.030	-0.031	0.028	0.010	0.154	0.105	-0.079	-0.097
	(0.239)	*(-0.364)*	*(0.289)*	*(0.054)*	*(1.154)*	*(1.198)*	*(-0.715)*	*(-0.414)*
3	0.008	0.060	-0.004	0.033	-0.107	-0.096	0.008	-0.141
	(0.084)	*(0.445)*	*(-0.049)*	*(0.250)*	*(-1.067)*	*(-0.968)*	*(0.078)*	*(-1.072)*
Grande	0.025	0.032	0.053	-0.158	-0.062	0.326	-0.389	0.147
	(0.385)	*(0.458)*	*(0.519)*	*(-1.288)*	*(-1.237)*	*(3.266)*	*(-4.140)*	*(0.781)*
	R^2 ajusté				**Durbin Watson**			
Petite	0.585	0.628	0.508	0.515	1.960	1.984	1.781	1.882
2	0.807	0.701	0.640	0.842	1.957	2.025	1.982	1.922
3	0.771	0.725	0.662	0.614	1.981	1.865	2.008	2.089
Grande	0.909	0.877	0.763	0.707	1.967	2.028	2.271	2.144

Néanmoins, il est utile de rappeler l'observation de la section précédente relative à la forte corrélation entre le portefeuille de marché et les quatre portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis*. Cette corrélation a affecté les valeurs et la significativité des coefficients du bêta du marché. En effet, les coefficients β ne présentent plus des valeurs autour de un. Ils varient de 0.030 pour la valeur la plus petite, à 2.114 pour la valeur la plus élevée. Quant à la significativité, quatre β ne sont pas significativement différents de zéro avec des t-statistiques inférieurs à deux.

Au tableau 5, les quatre portefeuilles $CKF^{\perp}$, $CKE^{\perp}$, $CSN^{\perp}$ et $CSP^{\perp}$ avec les trois facteurs sont considérés comme variables explicatives. La seule différence entre les

TAB. 5. **Le modèle à trois facteurs et les co-moments d'ordres trois et quatre : régressions en séries temporelles des 16 portefeuilles (juillet 1980/juin 2001)**

Le tableau suivant présente les coefficients, leurs t-statistiques corrigés de l'hétéroscédasticité des erreurs par la matrice de White (entre parenthèses), les R^2 ajustés et la statistique de Durbin-Watson des régressions en séries temporelles des seize portefeuilles de taille et de ratio valeur comptable sur valeur de marché. En utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires, les rentabilités mensuelles en excès sont régressées comme suit :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + h_i HML + s_i SMB + \kappa_i^- CKF^\perp + \kappa_i^+ CKE^\perp + \varepsilon_i^- CSN^\perp + \varepsilon_i^+ CSP^\perp + \epsilon_i$$

	Ratio valeur comptable sur valeur de marché							
	Faible	2	3	Élevé	Faible	2	3	Élevé
Taille			α				β	
Petite	-0.002	0.007	0.007	0.012	1.204	1.084	0.784	0.909
	(-0.599)	*(2.014)*	*(2.019)*	*(3.439)*	*(12.821)*	*(12.024)*	*(13.476)*	*(11.522)*
2	0.000	0.000	-0.003	-0.013	0.978	0.805	0.828	1.297
	(0.147)	*(0.045)*	*(-1.197)*	*(-2.327)*	*(19.497)*	*(17.482)*	*(13.754)*	*(8.694)*
3	-0.003	0.000	-0.002	0.005	0.970	0.909	0.840	0.970
	(-1.368)	*(0.042)*	*(-1.004)*	*(1.778)*	*(18.945)*	*(21.113)*	*(13.765)*	*(17.224)*
Grande	-0.002	-0.000	0.001	0.000	1.014	1.051	0.924	0.937
	(-1.900)	*(-0.542)*	*(0.629)*	*(0.155)*	*(40.981)*	*(33.246)*	*(23.649)*	*(15.494)*
			h				s	
Petite	-0.839	-0.547	-0.052	0.061	1.048	1.052	0.648	0.486
	(-5.521)	*(-3.494)*	*(-0.472)*	*(0.304)*	*(6.119)*	*(5.535)*	*(5.365)*	*(2.499)*
2	-0.465	-0.085	-0.040	2.047	0.875	0.349	0.429	2.206
	(-9.602)	*(-0.849)*	*(-0.323)*	*(4.489)*	*(13.021)*	*(3.288)*	*(3.448)*	*(5.100)*
3	-0.381	-0.198	-0.037	0.118	0.603	0.434	0.252	0.116
	(-6.258)	*(-3.347)*	*(-0.419)*	*(1.241)*	*(7.132)*	*(5.136)*	*(2.631)*	*(1.203)*
Grande	-0.077	-0.130	0.061	0.493	-0.044	-0.021	-0.056	-0.400
	(-1.491)	*(-3.421)*	*(1.372)*	*(6.325)*	*(-0.806)*	*(-0.526)*	*(-1.050)*	*(-4.359)*

résultats de ce tableau et ceux exposés dans le tableau 5 réside dans les coefficients β. En effet, les valeurs de ces coefficients sont proches de un. Par ailleurs, elles sont significativement différentes de zéro avec des t-statistiques supérieurs à huit.

La contribution marginale des parties des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis*, orthogonales au portefeuille de marché, n'est significative que dans neuf cas. Par comparaison aux portefeuilles de *co-skewness* négative et positive, les portefeuilles de *co-kurtosis* faible et élevée apportent plus d'explication à la variation temporelle des rentabilités mensuelles en excès des portefeuilles de titres français. Sur les neuf cas, ils totalisent sept coefficients significativement différents de zéro.

En effet, les deux coefficients significatifs de *co-skewness* sont relatifs aux grandes capitalisations. Pour ce groupe de taille, le bêta de marché joue le rôle le plus important dans l'explication de la variation temporelle des rentabilités mensuelles. Ensuite, les portefeuilles HML et de *co-skewness* positive présentent la deuxième contribution significative à ce sujet. Enfin, le rôle du portefeuille SMB est limité (un seul coefficient est significatif).

Pour les autres classes de taille, les résultats diffèrent sur deux points. D'une part, tant le portefeuille de marché que SMB expliquent la variation temporelle des rentabilités mensuelles. D'autre part, la deuxième contribution est attribuée aux portefeuilles HML et de *co-kurtosis*. Aucun des coefficients des portefeuilles de *co-skewness* n'est significatif.

Tableau 5. (suite)

	Ratio valeur comptable sur valeur de marché							
	Faible	2	3	Élevé	Faible	2	3	Élevé
Taille			κ^-				κ^+	
Petite	0.019	-0.185	-0.179	0.200	0.168	-0.890	-0.153	0.475
	(0.091)	*(-0.943)*	*(-1.078)*	*(1.406)*	*(0.608)*	*(-3.620)*	*(-0.765)*	*(2.781)*
2	0.093	0.082	0.398	-0.250	0.115	0.221	0.397	-0.490
	(0.926)	*(0.816)*	*(3.305)*	*(-0.973)*	*(0.585)*	*(1.819)*	*(2.830)*	*(-1.414)*
3	-0.030	0.073	0.218	0.380	-0.160	0.066	0.467	0.175
	(-0.261)	*(0.623)*	*(2.190)*	*(2.815)*	*(-1.067)*	*(0.460)*	*(3.398)*	*(1.268)*
Grande	-0.022	0.091	0.004	-0.137	-0.006	-0.081	0.144	-0.109
	(-0.372)	*(1.077)*	*(0.050)*	*(-0.884)*	*(-0.086)*	*(-0.635)*	*(1.319)*	*(-0.399)*
			ε^-				ε^+	
Petite	-0.275	-0.046	0.133	0.105	-0.172	0.031	-0.050	0.151
	(-1.327)	*(-0.246)*	*(0.887)*	*(0.740)*	*(-0.775)*	*(0.159)*	*(-0.354)*	*(1.248)*
2	0.030	-0.031	0.028	0.010	0.154	0.105	-0.079	-0.097
	(0.239)	*(-0.364)*	*(0.289)*	*(0.054)*	*(1.154)*	*(1.198)*	*(-0.715)*	*(-0.414)*
3	0.008	0.060	-0.004	0.033	-0.107	-0.096	0.008	-0.141
	(0.084)	*(0.445)*	*(-0.049)*	*(0.250)*	*(-1.067)*	*(-0.968)*	*(0.078)*	*(-1.072)*
Grande	0.025	0.032	0.053	-0.158	-0.062	0.326	-0.389	0.147
	(0.385)	*(0.458)*	*(0.519)*	*(-1.288)*	*(-1.237)*	*(3.266)*	*(-4.140)*	*(0.781)*
			R^2 ajusté				**Durbin Watson**	
Petite	0.585	0.628	0.508	0.515	1.960	1.984	1.781	1.882
2	0.807	0.701	0.640	0.842	1.957	2.025	1.982	1.922
3	0.771	0.725	0.662	0.614	1.981	1.865	2.008	2.089
Grande	0.909	0.877	0.763	0.707	1.967	2.028	2.271	2.144

En définitive, l'ensemble de ces observations suggère un nouveau résultat au sujet de l'explication des rentabilités des actions. Les portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* ne se substituent pas aux deux portefeuilles SMB et HML. Néanmoins, bien que la contribution de ces portefeuilles soit marginale dans l'explication des rentabilités, une observation relative à la relation entre le classement de taille et les co-moments d'ordres trois et quatre a été retenue. Le co-moment d'ordre trois qui renseigne sur l'asymétrie de la distribution des rentabilités peut être associé aux grandes capitalisations. Quant au co-moment d'ordre quatre présentant le degré d'aplatissement de la distribution des rentabilités, il est plutôt significatif dans le cas des petites capitalisations.

Conclusion

L'étude du modèle à trois facteurs en présence des co-moments d'ordres trois et quatre dans le cadre du marché français a fait l'objet de cet article. La méthodologie utilisée a consisté en la construction de portefeuilles représentant la *co-skewness* et la *co-kurtosis*. Des données ex-ante ont servi à cette fin. Une forte corrélation entre ces portefeuilles et le portefeuille de marché a été observée. Afin de contourner cette limite, d'autres portefeuilles, définis comme étant la partie orthogonale des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* au portefeuille de marché, sont utilisés.

Du fait que le moment d'ordre trois présente une justification économique et financière, seuls les portefeuilles de *co-skewness* sont ajoutés dans un premier ensemble de régressions en séries temporelles. Les résultats ne sont pas concluants. La variation temporelle des rentabilités mensuelles des portefeuilles est expliquée par celle des trois facteurs, marché, HML et SMB. L'ajout des portefeuilles de *co-skewness* n'améliore pas les résultats. Par ailleurs, il n'affecte pas les relations entre les rentabilités et les classements de taille et de ratio valeur comptable sur valeur de marché.

Dans une deuxième série de régressions, le pouvoir explicatif des portefeuilles de marché, HML et SMB est testé en présence des portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis*. Les résultats se résument en trois points essentiels.

D'abord, à l'exception de quelques coefficients des portefeuilles de *co-kurtosis* et de *co-skewness* significativement différents de zéro, aucun pouvoir explicatif supplémentaire n'est enregistré.

Ensuite, les relations entre la taille et le ratio valeur comptable sur valeur de marché d'une part, et les rentabilités d'autre part, sont toujours vérifiées.

Enfin, une observation relative à la relation entre la taille et les deux co-moments a été mise en évidence. Le co-moment d'ordre trois (quatre) peut être associé à la classe des grandes (petites) capitalisations. Les investisseurs orientés vers les titres des grandes (petites) entreprises sont plus sensibles à l'asymétrie (l'aplatissement) de la distribution des rentabilités. Ce résultat peut être utile pour des recherches futures sur la relation entre la distribution des rentabilités et la classe de taille.

En conclusion, l'ensemble des résultats exposés dans cet article corrobore l'hypothèse selon laquelle les portefeuilles de *co-skewness* et de *co-kurtosis* apportent une contribution marginale dans l'explication de la variation temporelle des rentabilités des portefeuilles des actions françaises. L'apport de la *co-kurtosis* est plus prononcé que celui de la *co-skewness*. Néanmoins, cette contribution ne remplace guère les effets taille et ratio valeur comptable sur valeur de marché. Les trois facteurs, marché, SMB et HML conservent leur capacité explicative. Plus précisément, la prime de risque de marché et de taille jouent le rôle le plus important.

Références

Barbee, W., S. Mukherji and G. Rines (1996). 'Do sales-price and debt-equity explain stock returns better than book-market and firm size ?' *Financial Analysts Journal*, **52 (2)** : pp. 56–60.

Barberis, N., A. Shleifer and R. Vishny (1998). 'A model of investor sentiment.' *Journal of Financial Economics*, **49** : pp. 307–43.

Barone-Adesi, G., P. Gagliardini and G. Urga (2000). 'Homogeneity Hypothesis in the Context of Asset Pricing Models : The Quadratic Market Model.' *Working Papers*, pp. 1–14.

Barone-Adesi, P., G.and Gagliardini and G. Urga (2002). 'Coskewness and its implications for testing asset pricing models.' In 'Multi-moment capital asset pricing models and related topics,' pp. 1–42. Association Finance-sur-Seine.

Black, F. (1972). 'Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing.' *Journal of Business*, **(45)** : pp. 444–55.

Black, F. (1993a). 'Beta and Return.' *Journal of Portfolio Management*, **20 (1)** : pp. 9–18.

Black, F. (1993b). 'Estimating Expected Return.' *Financial Analysts Journal*, **49** : pp. 36–38.

Chan, K. and N. Chen (1991). 'Structural and return characteristics of small and large firms.' *The Journal of Finance*, **XLVI (4)** : pp. 1467–84.

Cheung, Y. (2001). 'Skewness is the Name of the Game.' *School of Finance and Business Economics Working Paper Series*, **(01.05)** : pp. 1–12.

Conrad, J. and G. Kaul (1993). 'Long-Term Market Overreaction or Biases in Computed Returns ?' *Journal of Finance*, **XLVIII (1)** : pp. 39–63.

Daniel, K., D. Hirshleifer and S. A. (1998). 'Investor Psychology and Security Market Under- and Overreactions.' *Journal of Finance*, **LIII (6)** : pp. 1839–85.

De Bondt, W. and R. Thaler (1985). 'Does the stock market overreact ?' *Journal of Finance*, **XL (3)** : pp. 793–805.

Dittmar, R. (2002). 'Nonlinear Pricing Kernels, Kurtosis Preference, and Evidence from the Cross Section of Equity Returns.' *Journal of Finance*, **LVII (1)** : pp. 369–403.

Fama, E. and K. French (1993). 'Common risk factors in the returns on stocks and bonds.' *Journal of Financial Economics*, **33** : pp. 3–56.

Fama, E. and K. French (1995). 'Size and book to market factors in earnings and returns.' *The Journal of Finance*, **L (1)** : pp. 131–55.

Ghysels, E. (1998). 'On stable factor structures in the pricing of risk : do time varying betas help or hurt ?' *The Journal of Finance*, **LIII (2)** : pp. 549–73.

Hamon, J. (1995). *Marchés d'Actions : Architecture et Microstructure*. Gestion Poche. Economica, 1ère ed.

Hamon, J. and B. Jacquillat (2002). *La Bourse*. Que sais-je ? PUF, 1ère ed.

Hansen, L. and R. Jagannathan (1997). 'Assessing Specification Errors in Stochastic Discount Factor Models.' *The Journal of Finance*, **LII (2)** : pp. 557–590.

Harvey, C. and A. Siddique (2000). 'Conditional Skewness in Asset Pricing Tests.' *The Journal of Finance*, **LV (3)** : pp. 1263–1296.

Hodrick, R. and X. Zhang (2000). 'Evaluating The Specification Errors of Asset

Pricing Models.' *NBER Working Paper Series*, **(7661)** : pp. 1–36.

Huberman, G. and S. Kandel (1987). 'Mean-Variance Spanning.' *Journal of Finance*, **XLII (4)** : pp. 873–88.

Jacobs, K. and K. Wang (2001). 'Idiosyncratic Consumption Risk and the Cross-Section of Asset Returns.' *Working Papers*, pp. 1–46.

Jacquillat, B. and B. Solnik (1990). *Marché Financiers : Gestion de portefeuille et des risques*, chap. Les marchés financiers : organisation et fonctionnement, pp. 29–40. Dunod, 2ème, 1996 ed. ISBN 2 10 003271 2.

Jagannathan, R. and Z. Wang (1996). 'The conditional CAPM and the cross-section of expected returns.' *The Journal of Finance*, **LI (1)** : pp. 3–53.

Jurczenko, E. and B. Maillet (2002). 'The four-moment capital asset pricing model : some basic results.' In 'Multi-moment capital asset pricing models and related topics,' pp. 1–71. Association Finance-sur-Seine.

Kim, D. (1997). 'A reexamination of firm size, book to market, and earnings price in the cross-section of expected stock returns.' *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **32 (4)** : pp. 463–89.

Kothari, S., J. Shanken and R. Sloan (1995). 'Another look at the cross-section of expected stock returns.' *The Journal of Finance*, **L (1)** : pp. 185–224.

Kraus, A. and R. Litzenberger (1976). 'Skewness preference and the valuation of risk assets.' *Journal of Finance*, **XXXI (4)** : pp. 1085–100.

Lakonishok, J., A. Shleifer and R. Vishny (1994). 'Contrarian Investment, Extrapolation, and Risk.' *Journal of Finance*, **XLIX (5)** : pp. 1541–78.

Lintner, J. (1965). 'The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets.' *Review of Economics and Statistics*, **(47)** : pp. 13–37.

Lo, A. and A. MacKinlay (1990). 'Data-Snooping Biases in Tests of Financial Asset Pricing Models.' *Review of Financial Studies*, **3 (3)** : pp. 431–67.

MacKinlay, A. (1995). 'Multifactor models do not explain deviations from the CAPM.' *Journal of Financial Economics*, **38** : pp. 3–28.

Markowitz, H. (1952). 'Portfolio Selection.' *Journal of Finance*, **(7)** : pp. 77–91.

Mossin, J. (1966). 'Equilibrium In A Capital Asset Market.' *Econometrica*, **34 (4)** : pp. 768–83.

Sharpe, W. (1964). 'Capital Asset Prices : A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk.' *The Journal of Finance*, **XIX (3)** : pp. 425–42.

Turtle, H., A. Buse and B. Korkie (1994). 'Tests of conditional asset pricing with time varying moments and risk prices.' *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **29 (1)** : pp. 15–29.

Vassalou, M. (2003). 'News related to future GDP growth as a risk factor in equity returns.' *Journal of Financial Economics*, **68** : pp. 47–73.

Wang, K. (2003). 'Asset Pricing with Conditioning Information : A New Test.' *Journal of Finance*, **LVIII (1)** : pp. 161–96.